N° d'enregistrement
au C.N.R.S.

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE PARIS VI

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Paul BONCHE

THEORIE MICROSCOPIQUE DES REACTIONS DE TRANSFERT ENTRE IONS LOURDS

Soutenue le 26 juin 1973, devant la Commission d'Examen

M.	A. MESSIAH	Président
Mme	H. FARAGGI	
MM.	R. ARVIEU	Examinateurs
	G. RIPKA	

N° d'enregistrement
au C.N.R.S.

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE PARIS VI

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Paul BONCHE

THEORIE MICROSCOPIQUE DES REACTIONS DE TRANSFERT ENTRE IONS LOURDS

Soutenue le 26 juin 1973, devant la Commission d'Examen

M.	A. MESSIAH	Président
Mme	H. FARAGGI	
MM.	R. ARVIEU	Examinateurs
	G. RIPKA	

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

TABLE DES MATIERES

Remerciements 5

Introduction 7

Chapitre I - Analyse de la situation théorique 9

1 - Introduction 9
2 - Fonctions d'onde de diffusion - Amplitude de transition 10
3 - Les approximations - Le potentiel 14
4 - Calcul théorique des fonctions d'onde relatives 15
5 - Les approximations - Les fonctions d'onde relatives 18
6 - Le potentiel et les fonctions d'onde - Méthode de calcul numérique 20
7 - Transfert d'une particule entre ions lourds 21
8 - Analyse en DWBA - Transfert de plusieurs nucléons 23
9 - Analyse en DWBA - Transfert d'un nucléon 25
10 - Conclusion 29

Chapitre II - Formalisme général 31

1 - Introduction 31
2 - Centre de masse - Centre de modèle en couches 32
3 - Description de la voie d'entrée 33
4 - Fonctions d'onde de diffusion 37
5 - Définition formelle de l'amplitude de transition 39
6 - Potentiel responsable du transfert - Facteur de forme 40
7 - Etude du recouvrement des coeurs 45
8 - Calcul de T_{fi} en fonction des ondes optiques 47
9 - Résumé des différentes étapes du calcul 48
10 - Analyse de la structure de l'amplitude de transition 51
11 - Section efficace totale et différentielle 55
12 - Discussion et conclusion 58

Chapitre III - Calcul du facteur de forme 61

1 - Rotation des axes 63

2 - Transfert d'un nucléon 65

3 - Transfert de deux nucléons 68

4 - Transfert de quatre nucléons, deux protons et deux neutrons 71

5 - Cas général 73

6 - Méthode de calcul des éléments de matrice réduits à un corps 74

Chapitre IV - Applications - Résultats 77

1 - Introduction 77

2 - Analyse de la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$ 78

a) Situation expérimentale 78

b) Choix des potentiels optiques 79

c) Détermination des états liés pour le calcul du facteur de forme 79

d) Distributions angulaires - Facteurs de normalisation 81

e) Variation des paramètres définissant les états liés 83

f) Choix des configurations 85

g) Résumé 89

h) Puits optiques convolués 90

i) Choix des énergies de particules indépendantes 92

3 - Analyse de la réaction $^{48}Ca(^{16}O,^{14}C)^{50}Ti$ 95

4 - Analyse de la réaction $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}Mo$ 98

a) Analyse en DWBA 98

b) Calcul modèle 101

c) Sensibilité au mélange de configurations 102

5 - Test des approximations 103

6 - Structure du facteur de forme - Calcul modèle 107

Conclusion 115

Références 119

Légendes des figures du Chapitre IV 125

Figures du Chapitre IV 129

REMERCIEMENTS

Je remercie le Commissariat à l'Energie Atomique et plus particulièrement le Service de Physique Théorique de la Division de la Physique qui m'ont accueilli en tant que collaborateur extérieur du CNRS et qui m'ont offert des conditions de travail et une stimulation scientifique remarquables.

Monsieur le Professeur A. MESSIAH, Directeur de la Physique, a bien voulu patronner cette thèse et je lui en suis très reconnaissant.

Je tiens aussi à remercier Monsieur le Professeur R. ARVIEU d'avoir accepté de faire partie de ce jury.

Je veux exprimer ma profonde gratitude à la mémoire du Professeur C. BLOCH pour m'avoir procuré les meilleures conditions de travail et m'avoir donné de nombreux conseils qui m'ont beaucoup aidé . Il représentera toujours pour moi un idéal difficile à atteindre tant du point de vue humain que scientifique.

Messieurs Vincent GILLET et Georges RIPKA ont dirigé mes premiers travaux en physique nucléaire et je tiens à les remercier tout particulièrement pour leurs encouragements qui m'ont été extrêmement utiles.

Une grande partie de ce travail a été faite en collaboration avec Monsieur B. GIRAUD. Notre travail en commun a été aussi agréable que fructueux et je tiens à l'en remercier.

Je tiens aussi à remercier Monsieur J.C. HOCQUENGHEM, qui a fait une analyse rigoureuse du contenu physique de cette thèse. Ses critiques et ses suggestions m'ont été particulièrement utiles.

L'actualité et l'intérêt de la théorie développée dans cette thèse se sont trouvés considérablement amplifiés par la réalisation simultanée d'une série d'expériences de transfert de plusieurs particules entre ions lourds à Saclay. Que Madame H. FARAGGI et l'ensemble des expérimentateurs du Tandem de Saclay trouvent ici l'expression de ma reconnaissance.

La plupart des analyses de résultats expérimentaux que je présente ont été obtenues avec le concours de Monsieur Y. CASSAGNOU, Madame M.C. LEMAIRE, Messieurs M.C. MERMAZ, G.C. MORRISON. Je tiens à leur exprimer ma profonde gratitude.

Les nombreuses discussions avec les physiciens de Saclay et d'autres laboratoires m'ont également été d'un grand profit, en particulier celles que j'ai eues avec Messieurs R. BALIAN, J. RAYNAL, S. KAHANA, M.H. MACFARLANE, J. SCHIFFER.

Ce travail a nécessité de nombreux calculs numériques. Je remercie Madame TICHIT de l'aide précieuse qu'elle m'a apportée pour la mise au point du programme SETILL.

Madame F. LEFEVRE a dactylographié le texte avec autant de soin que de rapidité. Ma femme a accepté la tâche ingrate de relire et corriger le texte. Je leur en suis extrêmement reconnaissant.

INTRODUCTION

Les réactions de transfert de plusieurs nucléons induites par ions lourds connaissent actuellement un intérêt croissant. Les résultats expérimentaux sont de plus en plus nombreux mais leur interprétation théorique reste délicate. Si les effets cinématiques sont relativement bien compris, il manque encore un outil théorique permettant, à partir de l'expérience, d'analyser la structure microscopique des états excités.

Les premiers calculs théoriques qui ont été effectués ont simplement consisté à utiliser l'approximation de Born des ondes distordues en assimilant les nucléons transférés à une particule unique de nombre de masse égal au nombre de nucléons transférés. Diverses analyses semi-classiques ont aussi été proposées et l'importance des effets de Q et du recul a été soulignée. Les aspects cinématiques de ces réactions ont donc été largement étudiés. Mais aucune de ces analyses n'a permis d'obtenir des renseignements sur la structure microscopique des états excités. La raison vient simplement du fait que l'approximation qui remplace les nucléons transférés par une particule unique de masse plus élevée suppose qu'au cours du transfert les nucléons gardent une structure interne Os . Cette hypothèse restrictive est loin d'épuiser toute l'information microscopique contenue dans les fonctions d'onde du modèle des couches.

Dans ce travail, nous nous proposons de dériver une expression de l'amplitude de transition directement construite sur les fonctions d'onde du modèle en couches. Pour cela nous utilisons le formalisme de la coordonnée génératrice. Nous n'avons pas l'ambition de résoudre exactement l'équation de Hill et Wheeler pour un système de deux ions en collision. Notre usage de ce formalisme nous permet uniquement de donner une expression de l'amplitude de transition à l'aide des fonctions d'onde du modèle des couches. Les fonctions génératrices inconnues qui figurent dans cette expression sont alors exprimées en fonction des ondes optiques usuelles de façon à obtenir une nouvelle expression de l'amplitude de transition qui soit à la fois simplement calculable et aussi microscopique que possible.

Le prix que nous devons payer pour cela est une approximation qui revient à négliger partiellement le recul. Aussi, dans nos applications, nous nous limiterons à des énergies de réactions situées au voisinage ou peu au-dessus de la barrière coulombienne.

Les hypothèses fondamentales que nous utilisons sont les suivantes :

- nous considérons que la notion d'ondes distordues reste valable comme dans la DWBA ;

- nous faisons l'approximation des coeurs inertes ;

- enfin, les fonctions d'onde du modèle des couches (en mélange de configurations) sont supposées décrire suffisamment bien les particules transférées lorsque la distance entre leur centre de masse et celui du coeur du noyau devient de l'ordre de grandeur du rayon du noyau.

Ce travail est divisé en quatre parties :

1) Une analyse des méthodes existantes et de leurs approximations.

2) La dérivation théorique de l'amplitude de transition et sa discussion.

3) La description de la méthode utilisée pour le calcul du facteur de forme.

4) Une application de notre formalisme à plusieurs réactions de transfert de deux et de quatre particules et l'exposé d'un certain nombre de résultats intéressants dans la mesure où seul un calcul utilisant toute l'information microscopique contenue dans les fonctions d'onde des états liés permet de les obtenir.

CHAPITRE I

ANALYSE DE LA SITUATION THEORIQUE

1 - Introduction

Dans ce chapitre, nous passons brièvement en revue les différentes méthodes de calculs proposées pour l'analyse des réactions de transfert entre ions lourds. Notre but n'est pas de remettre en cause l'approximation de Born des ondes distordues (DWBA) [1], ni de discuter la validité des potentiels optiques éventuellement ajustés sur la voie élastique (quoique ce dernier point soulève de nombreux problèmes théoriques délicats [2]). Nous admettons ainsi la validité des hypothèses qui permettent d'écrire les ondes de diffusion et l'amplitude de transition (cf. eqs.(I.2a), (I.2b) et (I.3)), ceci sans plus de justification. Partant de ces équations, nous montrons quelles approximations sont en général faites pour aboutir à une expression de la section efficace calculable simplement. Les différentes méthodes existantes se regroupent en deux tendances : celles [3,4] qui reposent sur le calcul exact de l'intégrale double vectorielle [5,6] qui figure dans l'amplitude de transition et celles [7,8] qui font des approximations supplémentaires sur le recul dans le but de simplifier cette intégration. Pour les premières, nous nous référerons principalement aux travaux de Kammuri et Yoshida [3], qui ont été appliqués entre autres à l'étude de la réaction $^{12}C(^{16}O,^{12}C)^{16}O$, pour les autres, à ceux de Sawaguri et Tobocman [7] sur les transferts à un nucléon entre ions lourds. Ces deux références n'épuisent pas le sujet, la raison de notre choix vient du fait que la plupart des calculs actuellement faits repose ou bien sur le programme utilisé par Yoshida (ou des versions de ce programme plus récentes et plus performantes [4]), ou bien sur celui de Tobocman .

Ces méthodes sont développées à partir de l'amplitude de transition habituelle (I.3) décrite dans le cadre de l'approximation de Born des ondes distordues. Il existe parallèlement des méthodes [9 à 13] fondées sur l'étude de limites semi-classiques de la DWBA ou sur la théorie de l'excitation coulombienne ; nous ne discutons pas ici ces travaux, notre but étant d'aboutir, autant que possible, à une formulation microscopique de l'amplitude de transition.

Signalons enfin deux approches qualitatives, l'une fondée sur une extension[14] de la méthode des combinaisons linéaires des orbitales atomiques (LCAO) et l'autre[15] sur une application de l'effet Josephson[16].

2 - Fonctions d'onde de diffusion - Amplitude de transition

Nous considérons une réaction de transfert entre ions lourds que nous écrivons :

$$\begin{aligned} A + b &\rightarrow a + B \quad , \\ (a + \nu) + b &\rightarrow a + (b + \nu) \quad . \end{aligned} \tag{I.1}$$

Le fragment transféré est désigné par ν . Il peut s'agir soit d'un nucléon, soit de plusieurs nucléons : réactions de transfert par exemple à une particule du type $^{10}B(^{14}N,^{13}N)^{11}B$, ou à quatre particules du type $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$.

Pour de telles réactions, les fonctions d'onde de diffusion sont en général mises sous la forme d'un produit de fonctions d'onde internes pour chacun des fragments et d'une onde optique. Ainsi la voie d'entrée est décrite par,

$$\Psi_i = \Phi_A^{int} \, \Phi_b^{int} \, \chi_i^{(+)} (\overline{R_{Ab}}) \quad , \tag{I.2a}$$

où Φ_A^{int} et Φ_b^{int} sont les fonctions d'onde internes des fragments A et b , et où l'onde optique $\chi_i^{(+)}$ dépend du vecteur $\overline{R_{Ab}}$ repérant les positions relatives des centres de masse des deux fragments. De même, la fonction d'onde de diffusion de la voie de sortie s'écrit avec des notations analogues,

$$\Psi_f = \Phi_a^{int} \, \Phi_B^{int} \, \chi_f^{(-)} (\overline{R_{aB}}) \quad . \tag{I.2b}$$

Dans ces deux expressions, l'antisymétrisation entre fragments a été provisoirement négligée.

Dans le cadre de l'approximation de Born des ondes distordues, l'amplitude de transition décrivant la réaction est,

$$T_{fi} = \langle \Psi_f | V_{b\nu} | \Psi_i \rangle \quad . \tag{I.3}$$

Le potentiel $V_{b\nu}$ est l'interaction à deux corps $V_{b\nu} = \sum_{ij} V_{ij}$ où la particule j appartient au fragment transféré (ν) , et la particule i à la cible (b) . Nous avons implicitement choisi le potentiel responsable du transfert dans la voie de sortie. Le choix, en principe rigoureusement équivalent, du potentiel dans la voie d'entrée consiste simplement à définir la particule i , non plus dans la cible, mais dans le fragment éjecté (a) .

L'amplitude de transition (I.3) peut se récrire sous la forme équivalente

$$T_{fi} = \int d\bar{\xi}_A \, d\bar{\xi}_b \, d\bar{R}_{Ab} \, \Phi^{int*}(\bar{\xi}_a) \, \Phi^{int*}(\bar{\xi}_B) \, V_{b\nu}(\bar{r}_b - \bar{r}_\nu) \, \Phi^{int}(\bar{\xi}_A) \, \Phi^{int}(\bar{\xi}_b) \, \chi_f^{(-)*}(\bar{R}_{aB}) \, \chi_i^{(+)}(\bar{R}_{Ab}$$

(I.4)

Les variables $\bar{\xi}_a$, $\bar{\xi}_B$, $\bar{\xi}_A$, $\bar{\xi}_b$ sont les variables internes des divers fragments a, B, A, b, et $\bar{r}_b - \bar{r}_\nu$ s'exprime en fonction de ces dernières et de $\bar{R}_{aB}$ ou $\bar{R}_{Ab}$ qui ont été définis dans la section précédente. Les deux systèmes de variables d'intégration $(\bar{\xi}_A, \bar{\xi}_b, \bar{R}_{Ab})$ et $(\bar{\xi}_a, \bar{\xi}_B, \bar{R}_{aB})$ étant équivalents, nous avons choisi le premier.

Les fonctions d'onde des fragments A (projectile) et B (noyau résiduel) sont factorisées en mouvements internes des coeurs et du fragment transféré et en mouvement relatif,

$$\begin{aligned} \Phi^{int}(\bar{\xi}_A) &= \sum_k S_k^i \, \Phi_k^{int}(\bar{\xi}_a) \, \Phi_k^{int}(\bar{\xi}_\nu) \, \varphi_k^i(\bar{R}_{a\nu}) \quad , \\ \Phi^{int}(\bar{\xi}_B) &= \sum_\ell S_\ell^f \, \Phi_\ell^{int}(\bar{\xi}_b) \, \Phi_\ell^{int}(\bar{\xi}_\nu) \, \varphi_\ell^f(\bar{R}_{b\nu}) \quad . \end{aligned} \tag{I.5}$$

L'amplitude de transition devient alors

$$\begin{aligned} T_{fi} = \int d\bar{R}_{Ab} \, d\bar{R}_{a\nu} \, \chi_f^{(-)*}(\bar{R}_{aB}) \, \chi_i^{(+)}(\bar{R}_{Ab}) \sum_{k\ell} S_\ell^{f*} \, S_k^i \, \varphi_\ell^{f*}(\bar{R}_{b\nu}) \, \varphi_k^i(\bar{R}_{a\nu}) \times \\ \times \int d\bar{\xi}_a \, d\bar{\xi}_b \, \Phi_\ell^{int*}(\bar{\xi}_b) \, \Phi^{int*}(\bar{\xi}_a) \, \Phi_k^{int}(\bar{\xi}_a) \, \Phi^{int}(\bar{\xi}_b) \times \\ \times \int d\bar{\xi}_\nu \, \Phi_\ell^{int*}(\bar{\xi}_\nu) \, V_{b\nu}(\bar{R}_{b\nu}, \bar{\xi}_b, \bar{\xi}_\nu) \, \Phi_k^{int}(\bar{\xi}_\nu) \quad . \end{aligned} \tag{I.6}$$

Les vecteurs $\bar{R}_{aB}$ et $\bar{R}_{b\nu}$ sont les combinaisons linéaires des vecteurs $\bar{R}_{Ab}$ et $\bar{R}_{a\nu}$ (voir fig.I.1),

$$\begin{aligned} \bar{R}_{aB} &= \frac{M_b}{M_B} \bar{R}_{Ab} - \frac{M_\nu (M_a + M_B)}{M_A M_B} \bar{R}_{a\nu} \\ \bar{R}_{b\nu} &= \bar{R}_{Ab} + \frac{M_a}{M_A} \bar{R}_{a\nu} \quad . \end{aligned} \tag{I.7}$$

Nous avons choisi $\bar{R}_{Ab}$ et $\bar{R}_{a\nu}$ comme variables d'intégration. Nous aurions tout aussi bien pu choisir $\bar{R}_{aB}$ et $\bar{R}_{b\nu}$, le jacobien de changement de variables correspondant étant alors 1. Ce choix ne préjuge en rien :

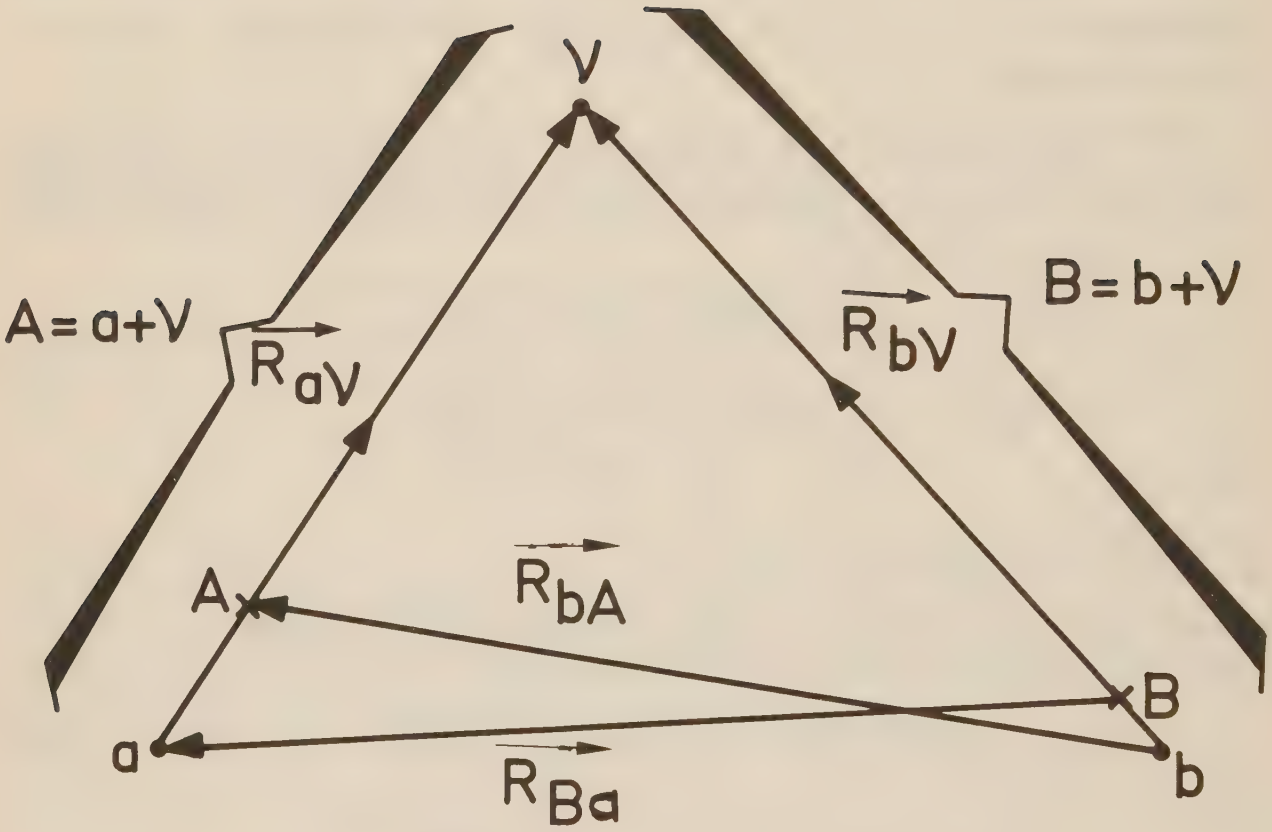


Figure I-1

Définition des différents vecteurs repérant les fragments au cours de la réaction b(A,a)B

1) du choix du potentiel dans la voie de sortie $V_{b\nu}$ (ou dans la voie d'entrée $V_{a\nu}$) ,

2) de toute approximation ultérieure (telle que négliger le recul dans l'une ou l'autre des voies [7]).

Il sera plus ou moins adapté en fonction des diverses approximations qui peuvent être faites.

Dans le cadre d'une réaction directe, sans effets de réarrangement et sans excitations du coeur, seules les composantes de la fonction d'onde interne de A (B) mettant en jeu l'état fondamental du coeur a (b) contribuent au calcul de l'amplitude de transition. Nous pouvons donc omettre les autres composantes et les équations (I.5) se récrivent

$$\Phi^{int}(\bar{\xi}_A) = \Phi^{int}(\bar{\xi}_a) \sum_k S_k^i \, \Phi_k^{int}(\bar{\xi}_\nu) \, \varphi_k^i(\bar{R}_{a\nu}) \quad ,$$
$$\Phi^{int}(\bar{\xi}_B) = \Phi^{int}(\bar{\xi}_b) \sum_\ell S_\ell^f \, \Phi_\ell^{int}(\bar{\xi}_\nu) \, \varphi_\ell^f(\bar{R}_{b\nu}) \quad . \qquad (I.8)$$

Cette simplification entraîne pour T_{fi} :

$$T_{fi} = \int d\bar{R}_{Ab} \, d\bar{R}_{a\nu} \, \chi_f^{(-)*}(\bar{R}_{aB}) \, \chi_i^{(+)}(\bar{R}_{Ab}) \sum_{k\ell} S_\ell^{f*} \, S_k^i \, \varphi_\ell^{f*}(\bar{R}_{b\nu}) \, \varphi_k^i(\bar{R}_{a\nu}) \, U_{k\ell}^{(b\nu)}(\bar{R}_{b\nu}) \, . \qquad (I.9)$$

L'intégration sur les variables internes ξ_a est immédiate et U est défini par :

$$U_{k\ell}^{(b\nu)}(\bar{R}_{b\nu}) = \int d\bar{\xi}_\nu \, \Phi_\ell^{int*}(\bar{\xi}_\nu) \, \mathcal{U}_{b\nu}(\bar{R}_{b\nu}, \bar{\xi}_\nu) \, \Phi_k^{int}(\bar{\xi}_\nu) \quad , \qquad (I.10)$$

avec

$$\mathcal{U}_{b\nu}(\bar{R}_{b\nu}, \bar{\xi}_\nu) = \int d\bar{\xi}_b \, \Phi^{int*}(\xi_b) \, V_{b\nu}(\bar{R}_{b\nu}, \bar{\xi}_b, \bar{\xi}_\nu) \, \Phi^{int}(\bar{\xi}_b) \quad . \qquad (I.11)$$

Le potentiel $\mathcal{U}_{b\nu}$ est analogue au potentiel Hartree-Fock de la cible. Il dépend non pas des coordonnées absolues des particules du fragment ν mais de leurs coordonnées par rapport au centre de masse de la cible. Le potentiel $U_{k\ell}^{(b\nu)}$ est le potentiel d'interaction, moyenné sur les structures internes, entre la cible et le fragment transféré lorsqu'il est dans un état "k" par rapport au fragment a (voie d'entrée) et dans un état "ℓ" par rapport à la cible b (voie de sortie). Ce potentiel dépend donc en principe de chacun des états du fragment, aussi bien dans la voie d'entrée que dans la voie de sortie.

L'expression (I.9) se simplifie pour les transferts d'un nucléon. Nous analyserons brièvement ce cas plus loin.

3 - Les approximations - Le potentiel

Le potentiel $U_{k\ell}^{(b\nu)}(\overline{R}_{b\nu})$ dépend des structures internes du fragment transféré et donc, par l'intermédiaire des équations (I.8), des mouvements relatifs du fragment ν par rapport aux coeurs a et b (mouvements relatifs dans le projectile ou le noyau résiduel). Une première approximation [17] consiste à négliger cette dépendance, et à poser :

$$U_{k\ell}^{(b\nu)}(\overline{R}_{b\nu}) \simeq U_{s}^{(b\nu)}(\overline{R}_{b\nu}) \quad , \qquad (I.12)$$

prenant ainsi pour $U_{k\ell}$ le potentiel obtenu lorsque les particules constituant le fragment transféré sont dans des états relatifs Os . L'effet de cette approximation n'a pas jusqu'à présent été testé.

De plus, au lieu de calculer ce potentiel U_s comme valeur moyenne du potentiel à deux corps sur les états internes de la cible et du fragment transféré [17], il est fait une nouvelle approximation : U_s est remplacé par un potentiel phénoménologique par exemple du type Woods-Saxon* dont l'épaisseur est fixée a priori, le rayon est déterminé par le rayon de la cible et la profondeur est soit ajustée de façon à reproduire les sections efficaces expérimentales, soit déterminée par l'énergie de séparation du fragment transféré (cf. section 6). Dans ce deuxième cas, cela signifie, par exemple pour la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$, que ce potentiel est déterminé par l'énergie de séparation d'un ^4He dans le nickel.

Il n'est pas évident a priori que ce potentiel U'_s reproduise bien le potentiel U_s valeur moyenne du potentiel à deux corps. Tout d'abord, sa forme est approchée par un potentiel de Woods-Saxon d'épaisseur et de rayon donné . Même si cette approximation est justifiée, sa profondeur est déterminée par l'énergie de séparation d'un alpha libre dans le nickel (compte tenu éventuellement de l'énergie d'excitation du nickel) ; si la structure orbitale de l'alpha - mouvement relatif Os - est la même que celle de la fonction d'onde interne entrant dans le calcul de U_s , rien ne prouve que l'extension spatiale (caractérisée par exemple par le rayon quadratique moyen) d'un alpha soit la même que celle des quatre particules transférées et surtout, ceci indépendamment de la structure microscopique des différents états excités dans le nickel. Il n'existe pas encore de test pour cette dernière approximation.

Après ces approximations sur le potentiel, l'amplitude de transition devient

$$T_{fi} = \int d\overline{R}_{Ab}\, d\overline{R}_{a\nu}\, \chi_f^{(-)*}(\overline{R}_{aB})\, \chi_i^{(+)}(\overline{R}_{Ab}) \sum_{k\ell} S_\ell^{f*}\, S_k^i\, \varphi_\ell^{f*}(\overline{R}_{b\nu})\, U'_s(\overline{R}_{b\nu})\, \varphi_k^i(\overline{R}_{a\nu}) \quad , \quad (I.13a)$$

---

* Si le potentiel Hartree-Fock $U_{b\nu}$ de la cible est approché par un potentiel de Woods-Saxon, ce qui est raisonnable, le potentiel U_s valeur moyenne de $U_{b\nu}$ sur les états internes du fragment ν n'a pas alors une forme analytique de Woods-Saxon.

ou encore

$$T_{fi} = \sum_{k\ell} S_{\ell}^{f*} \; S_{k}^{i} \int d\overline{R}_{Ab} \; d\overline{R}_{a\nu} \; \chi_{f}^{(-)*}(\overline{R}_{aB}) \; \chi_{i}^{(+)}(\overline{R}_{Ab}) \; \varphi_{\ell}^{f*}(\overline{R}_{b\nu}) \; U_{s}'(\overline{R}_{b\nu}) \; \varphi_{k}^{i}(\overline{R}_{a\nu}) \quad . \quad \text{(I.13b)}$$

Il reste maintenant à déterminer les amplitudes S et les fonctions d'onde correspondantes φ du mouvement relatif.

4 - Calcul théorique des fonctions d'onde relatives

Dans le cadre d'une théorie microscopique des réactions de transfert entre ions lourds, il faut partir des fonctions d'onde Ψ_A et Ψ_B du modèle des couches. L'hypothèse suivant laquelle il n'y a pas d'excitations des coeurs ni d'effets de réarrangement permet de ne conserver dans ces fonctions d'onde que les composantes factorisées exactement sous la forme

$$\begin{aligned} &\Psi_a \; \Psi_{\nu}^{(a)} \quad , \\ &\Psi_b \; \Psi_{\nu}^{(b)} \quad , \end{aligned} \qquad \text{(I.14)}$$

où les indices (a) et (b) rappellent que Ψ_ν décrit un état lié de ν particules autour de a et b respectivement. Nous allons dans la suite discuter seulement les approximations faites sur Ψ_A . Par un changement de notation évident, les mêmes résultats s'appliqueront pour Ψ_B .

Comme c'est la fonction d'onde Ψ_A du modèle des couches qui est en principe connue*, il faut extraire pour le coeur a et le fragment ν , les mouvements internes et les mouvements des centres de masse contenus dans Ψ_a et $\Psi_{\nu}^{(a)}$ pour pouvoir ensuite obtenir les amplitudes S et les fonctions d'onde φ cherchées. Ne nous intéressant qu'à la composante (I.14) de Ψ_A , nous posons, par abus de notation,

$$\Psi_A = \Psi_a \; \Psi_{\nu}^{(a)} \quad . \qquad \text{(I.15)}$$

---

* Nous n'étudierons pas le cas où les noyaux sont décrits par des fonctions d'onde du modèle cluster[18] .

Ceci ne veut pas dire que la fonction d'onde Ψ_A se factorise exactement en un produit de la fonction d'onde du coeur a dans son état fondamental et de celle du fragment transféré. Simplement, les autres composantes de Ψ_A ne contribuent pas à la réaction, compte tenu des hypothèses que nous avons faites.

Nous supposerons, de plus, que la fonction d'onde Ψ_A ne contient aucun état parasite du centre de masse.

La transformation permettant d'extraire, de Ψ_a ou de Ψ_ν, le mouvement du centre de masse peut être faite en principe exactement. Dans le cas particulier où les états à une particule sont décrits par des fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique, l'utilisation de la transformation de Moshinsky* [19] permet de faire analytiquement le calcul jusqu'au bout. Par contre, si les états à une particule sont décrits par des fonctions d'onde déduites d'un potentiel par exemple de Woods-Saxon, le calcul devient inextricable. Même pour un système à deux particules, il n'existe aucune procédure analytique permettant de faire ce calcul. Nonobstant ces difficultés, il est toujours possible d'écrire, au moins formellement, Ψ_a et Ψ_ν sous la forme désirée, même si le calcul explicite est prohibitif,

$$\Psi_\nu^{(a)} = \sum_{k_\nu} A^i_{k_\nu} \Phi^{int}_{k_\nu}(\bar{\xi}_\nu)\, \varphi'^{i}_{k_\nu}(\bar{R}_\nu) \quad , \tag{I.16}$$

et,

$$\Psi_a = \sum_{k_a} B^i_{k_a} \Phi^{int}_{k_a}(\bar{\xi}_a)\, \varphi'^{i}_{k_a}(\bar{R}_a) \quad . \tag{I.17}$$

Négligeons pour l'instant l'antisymétrisation entre coeur et fragment transféré, et reportons ces deux fonctions d'onde dans Ψ_A (eq.(I.15)) qui devient

$$\Psi_A = \sum_{k_a\, k_\nu} A^i_{k_\nu} B^i_{k_a} \Phi^{int}_{k_\nu}(\bar{\xi}_\nu) \Phi^{int}_{k_a}(\bar{\xi}_a) \varphi'^{i}_{k_\nu}(\bar{R}_\nu) \varphi'^{i}_{k_a}(\bar{R}_a) \quad . \tag{I.18}$$

La réduction des mouvements des centres de masse des deux fragments en mouvement relatif et mouvement du centre de masse totale du système entraîne

---

* La transformation de Moshinsky n'est d'ailleurs adaptée que pour des fonctions de l'oscillateur définies avec des masses égales, et par suite, seulement pour les systèmes à 2^N nucléons.

$$\Psi_A = \sum_{k_a k_\nu} A^i_{k_\nu} B^i_{k_a} \Phi^{int}_{k_\nu}(\bar{\xi}_\nu) \Phi^{int}_{k_a}(\bar{\xi}_a) \sum_k C^i_k \varphi^i_{(k_a,k_\nu)k}(\overline{R_{a\nu}}) G_{(k_a,k_\nu)k}(\overline{R_A}) \tag{I.19}$$

Les positions relatives des différents vecteurs $\overline{R_a}$, $\overline{R_\nu}$, $\overline{R_{a\nu}}$, $\overline{R_A}$ sont illustrées par la figure (I.1). Le modèle en couches servant à décrire le noyau A est centré au point O tel que la position moyenne du centre de masse totale soit en O ,

$$\langle \overline{R_A} \rangle = \langle \overline{R_{OA}} \rangle = 0 \quad .$$

Comme nous avons supposé que Ψ_A ne contenait aucun mouvement parasite du centre de masse, nous savons a priori que le mouvement du centre de masse de A est décrit par un état Os . Aussi, nous pouvons factoriser ce mouvement dans (I.19) et Ψ_A se met sous la forme

$$\Psi_A = \left\{ \sum_{(k_a k_\nu k)} (A^i_{k_\nu} B^i_{k_a} C^i_k) \Phi^{int}_{k_a}(\bar{\xi}_a) \Phi^{int}_{k_\nu}(\bar{\xi}_\nu) \varphi^i_{(k_a,k_\nu)k}(\overline{R_{a\nu}}) \right\} G(\overline{R_A}) \ , \tag{I.20}$$

soit, dans le cas où il n'y a pas d'excitations du coeur, et avec des notations légèrement différentes,

$$\Psi_A = \Phi^{int}(\bar{\xi}_a) G(\overline{R_A}) \sum_k S^i_k \Phi^{int}_k(\bar{\xi}_\nu) \varphi^i_k(\overline{R_{a\nu}}) \quad . \tag{I.21}$$

Cette dernière expression n'est autre que la fonction d'onde de A que nous avons définie dans la section 2 (eq.(I.8))au mouvement du centre de masse totale près. Dans l'équation (I.21), comme dans l'équation (I.8), nous n'avons retenu pour Ψ_A que les composantes où le coeur a est dans son état fondamental ; les autres composantes ne contribuent pas au calcul de l'amplitude de transition.

Les fonctions d'onde du mouvement relatif φ^i_k , ainsi que les amplitudes correspondantes S_k devraient être calculées par cette méthode.

L'outil de travail pour effectuer ces manipulations successives sur les fonctions d'onde est la transformation de Moshinsky. Cette transformation n'est applicable que pour des fragments de masses égales et n'est donc d'aucun secours pour notre propos. Des généralisations [20] des coefficients de Moshinsky ont été proposées, mais elles conduisent à des calculs plus complexes.

De toute façon, l'utilisation de la transformation de Moshinsky, généralisée ou non, présuppose que les états à une particule du modèle en couches sont décrits par des fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique. Par suite,

les fonctions d'onde relatives φ_k^i sont aussi des fonctions de l'oscillateur harmonique, elles ont donc un comportement asymptotique gaussien. Il est bien établi que, pour cette raison, la base de l'oscillateur harmonique n'est pas adaptée au calcul de facteurs de forme pour les réactions nucléaires.

Nous allons maintenant étudier les approximations que l'on rencontre dans la littérature et qui permettent d'éviter ces difficultés. Dans cette analyse, nous nous attacherons surtout à déterminer les limites de validité de ces approximations.

5 - Les approximations - Les fonctions d'onde relatives

L'hypothèse de base qui permet de trouver des expressions approchées pour les fonctions d'onde relatives, est que la masse du fragment transféré ν est petite devant la masse du coeur a ,

$$M_\nu \ll M_a \quad . \tag{I.22}$$

Les vecteurs $\overline{R_{a\nu}}$ et $\overline{R_A}$ s'expriment en fonction de $\overline{R_a}$ et $\overline{R_\nu}$ par,

$$\begin{aligned} \overline{R_{a\nu}} &= \overline{R_\nu} - \overline{R_a} \quad , \\ \overline{R_A} &= \frac{M_a \overline{R_a} + M_\nu \overline{R_\nu}}{M_A} \quad . \end{aligned} \tag{I.23}$$

L'hypothèse (I.22) permet de récrire $\overline{R_A}$ sous la forme

$$\overline{R_A} = \overline{R_a} + \frac{M_\nu}{M_A} (\overline{R_\nu} - \overline{R_a}) \quad , \tag{I.24}$$

soit,

$$\overline{R_a} = \overline{R_A} - \frac{M_\nu}{M_A} \overline{R_{a\nu}} \simeq \overline{R_A} \quad . \tag{I.25}$$

Reportons ce dernier résultat dans (I.23) (définition de $\overline{R_{a\nu}}$),

$$\overline{R_{a\nu}} \simeq \overline{R_\nu} - \overline{R_A} \quad . \tag{I.26}$$

La valeur moyenne de la position du centre de masse totale ($\overline{R_A}$) est nulle dans le système d'axes repérant le modèle en couches utilisé pour A ,

$$\langle \bar{R}_A \rangle = 0 \quad , \tag{I.27}$$

et, par suite, $\bar{R}_{a\nu}$ est remplacé par $\bar{R}_\nu$:

$$\begin{aligned} \bar{R}_a &\simeq \bar{R}_A \\ \bar{R}_\nu &\simeq \bar{R}_{a\nu} \quad . \end{aligned} \tag{I.28}$$

L'interprétation physique de ce résultat est simple. Si le fragment transféré est suffisamment léger, la position du centre de masse du coeur n'est pas affectée par le fragment ν . Comme en valeur moyenne le centre de masse de A est à l'origine O du modèle en couches, il est possible de confondre la coordonnée relative $\bar{R}_{a\nu}$ entre centres de masse avec la coordonnée absolue $\bar{R}_\nu$ du centre de masse de ν (voir fig.I.1).

Dans ces conditions, la fonction d'onde microscopique (I.17) du coeur (Ψ_a) s'écrit

$$\Psi_a = \sum_{k_a} B^i_{k_a} \, \Phi^{int}_{k_a}(\bar{\xi}_a) \, \varphi'^{i}_{k_a}(\bar{R}_A) \quad , \tag{I.29}$$

Puisque nous avons supposé le noyau A décrit sans états parasites, le mouvement de son centre de masse est un mouvement Os (cf. section I-4) et, dans l'expression (I.15), Ψ_a sera remplacé par

$$\Phi^{int}(\bar{\xi}_a) \; G(\bar{R}_A) \quad . \tag{I.30}$$

De même, la fonction microscopique (I.16) du fragment transféré ν ($\Psi^{(a)}_\nu$) s'écrit,

$$\Psi^{(a)}_\nu = \sum_k A^i_k \, \Phi^{int}_k(\bar{\xi}_\nu) \, \varphi'^{i}_k(\bar{R}_{a\nu}) \quad . \tag{I.31}$$

Reportons ces deux résultats dans Ψ_A (Eq.(I.15))

$$\Psi_A = \Phi^{int}(\bar{\xi}_a) \; G(\bar{R}_A) \sum_k A^i_k \, \Phi^{int}_k(\bar{\xi}_\nu) \, \varphi'^{i}_k(\bar{R}_{a\nu}) \quad . \tag{I.32}$$

Les amplitudes S^i_k et les fonctions d'onde relatives φ^i_k du développement exact de la fonction d'onde interne Φ^{int}_A de A sont donc approchées simplement par les quantités analogues ($A^i_{k_\nu}$ et $\varphi'^{i}_{k_\nu}$) provenant du développement (I.16) de la fonction d'onde du modèle en couches $\Psi^{(a)}_\nu$ du fragment transféré.

Cette approximation n'est justifiée que si la masse du fragment transféré est petite devant celle du coeur (condition (I.22)). S'il est possible d'admettre que cette condition est remplie pour des transferts de quatre particules sur les fer, les nickel ou les zinc, ($M_\nu = 4 \ll M_{cible} \sim 54$), il est clair que ce n'est pas le cas pour des noyaux plus légers. En particulier, si ces réactions sont induites par un faisceau d'oxygène, l'approximation faite ci-dessus revient à négliger 1 devant 3 , ($M_\nu = 4 \ll M_{^{12}C} = 12$) .

6 - Le potentiel et les fonctions d'onde - Méthode de calcul numérique

Bien que la base de l'oscillateur harmonique ne soit pas adaptée au calcul des fonctions d'onde relatives (voir discussion en fin de section 4), son utilisation peut servir de point de départ à une méthode phénoménologique de calcul qui donne à la fois le potentiel d'interaction $V_{b\nu}$ et les fonctions d'onde relatives $\varphi_k(\overline{R_{b\nu}})$

Les états à une particule entrant en jeu dans la fonction d'onde du modèle en couches $\Psi_\nu^{(b)}$ du fragment transféré sont donc décrits par des fonctions de l'oscillateur harmonique. La transformation de Moshinsky sous sa forme usuelle ($\nu = 2,4$) ou généralisée ($\nu = 3,5$) permet de mettre Ψ_ν sous la forme

$$\Psi_\nu^{(b)} = \sum_k S_k \, \Phi_k^{int}(\bar{\xi}_\nu) \; R_{n_k \ell_k}(R_\nu) \; Y_{\ell_k}^{m_k}(\hat{R}_\nu) \quad , \qquad (I.33)$$

où $R_{n_k \ell_k}$ est une fonction de l'oscillateur harmonique. Cette équation n'est pas utilisée pour donner les fonctions d'onde relatives. Pour chaque terme k de la somme (I.33), les seules informations conservées sont l'amplitude S_k , le nombre n_k de noeuds et le moment orbital ℓ_k de R . Les fonctions d'onde relatives $R_{n_k \ell_k}$ sont alors approchées par des solutions φ_k de l'équation de Schrödinger ayant les nombres quantiques n_k et ℓ_k :

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} - \frac{\ell_k(\ell_k+1)}{r^2} \right] + V(r) \right\} \varphi_k(r) = E \, \varphi_k(r) \quad . \qquad (I.34)$$

Le vecteur $\bar{r}$ repère la distance entre centres de masse du fragment ν et du coeur b , alors que $\overline{R_\nu}$ repère la position absolue du centre de masse de ν . L'énergie E est l'énergie de liaison du fragment ν dans le noyau B , μ est la masse réduite du système $b+\nu$, le potentiel V(r) est un potentiel de Woods-Saxon de rayon et d'épaisseur donnés. La résolution numérique de l'équation (I.34) donne la profondeur du potentiel et les fonctions d'onde φ_k par point. Le potentiel $V_{b\nu}(\overline{R_{b\nu}})$ est approché par le potentiel V(r) entrant dans l'équation de Schrödinger correspon-

dante. Les fonctions d'onde relatives de ν liées au coeur a sont calculées de façon analogue.

Cette méthode phénoménologique a l'avantage d'être particulièrement simple et de donner directement les fonctions d'onde du mouvement relatif coeur-fragment transféré et une approximation raisonnable du potentiel responsable du transfert. Cependant, elle n'est pas parfaitement consistante : les amplitudes S_k et les nombres quantiques n_k ℓ_k viennent du mouvement du centre de masse de ν (eq.(I.33)) et il est admis qu'ils approchent bien ceux du mouvement relatif coeur - fragment transféré tel qu'il a été défini par l'équation (I.21).

Avant de montrer comment ces approximations sont mises en oeuvre dans les programmes existants de calcul de section efficace[3,4,7,8], nous allons étudier la façon dont elles se traduisent dans le cas de réactions de transfert d'un nucléon entre ions lourds.

7 - Transfert d'une particule entre ions lourds

Dans le cas d'un transfert d'une seule particule entre ions lourds, les formules théoriques se simplifient considérablement et les approximations qui sont alors faites sont beaucoup plus justifiées.

Reprenons l'expression (I.4) de l'amplitude de transition,

$$T_{fi} = \int d\bar{\xi}_A \, d\bar{\xi}_b \, d\overline{R_{Ab}} \; \Phi^{int*}(\bar{\xi}_a) \; \Phi^{int*}(\bar{\xi}_B) \; V_{b\nu}(\bar{r}_b - \bar{r}_\nu) \; \Phi^{int}(\bar{\xi}_A) \; \Phi^{int}(\bar{\xi}_b) \; \chi_f^{(-)*}(\overline{R_{aB}}) \; \chi_i^{(+)}(\overline{R_{Ab}}) \tag{I.35}$$

où la particule transférée est désignée par ν .

Pour simplifier la présentation, nous supposons toujours que les noyaux A et B peuvent se décrire exactement par les coeurs a et b dans leur état fondamental, plus une particule décrite dans ce cas par un état pur du modèle en couches. Les formules (I.5) donnant les fonctions d'onde internes de A et de B deviennent,

$$\begin{aligned} \Phi^{int}(\bar{\xi}_A) &= \sum_k S_k^i \; \Phi_k^{int}(\bar{\xi}_a) \; \varphi_k^i(\overline{R_{a\nu}}) \quad , \\ \Phi^{int}(\bar{\xi}_B) &= \sum_\ell S_\ell^f \; \Phi_\ell^{int}(\bar{\xi}_b) \; \varphi_\ell^f(\overline{R_{b\nu}}) \quad . \end{aligned} \tag{I.36}$$

Nous allons suivre dans cette section un plan légèrement différent et analyser

tout de suite les approximations faites sur ces fonctions d'onde internes.

Nous nous limitons au noyau A , le raisonnement est identique pour B . Soit donc Ψ_A la fonction d'onde du modèle en couches de A , Ψ_A s'écrit (cf. eq.(I.15)),

$$\Psi_A = \Psi_a \, \psi(\bar{r}) \quad , \tag{I.37}$$

où Ψ_a est la fonction d'onde du modèle en couches du coeur a dans son état fondamental, et $\bar{r}$ est la coordonnée de la particule transférée décrite par un état pur de fonction d'onde ψ . Le calcul exact consiste à développer Ψ_a en mouvement interne et en mouvement du centre de masse (eq.(I.17)), à composer le mouvement du centre de masse de a avec celui de la particule transférée pour en extraire le mouvement relatif coeur - particule transférée et le mouvement du centre de masse totale du noyau A . Dans ce cas l'hypothèse (I.22), masse de la particule transférée beaucoup plus légère que le coeur a , est en général bien vérifiée. Le calcul exact (cf. eq.(I.32)) ne ferait qu'introduire des difficultés inessentielles pour obtenir une amélioration des résultats inférieure aux erreurs théoriques dues par exemple à l'imprécision sur les potentiels optiques.

Aussi les approximations que nous avons développées dans la section 5 sont-elles particulièrement justifiées , de plus les résultats sont très simples. Les fonctions d'onde internes de A et de B sont approchées par,

$$\begin{aligned} \Phi^{int}(\bar{\xi}_A) &= \Phi^{int}(\bar{\xi}_a) \, \varphi^{i}(\bar{R}_{a\nu}) \quad , \\ \Phi^{int}(\bar{\xi}_B) &= \Phi^{int}(\bar{\xi}_b) \, \varphi^{f}(\bar{R}_{b\nu}) \quad , \end{aligned} \tag{I.38}$$

où les fonctions d'onde φ sont les fonctions d'onde à une particule du modèle en couches décrivant les noyaux $A = a+1$ et $B = b+1$. L'amplitude de transition s'écrit alors (cf. eq.(I.9))

$$T_{fi} = \int d\bar{R}_{Ab} \, d\bar{R}_{a\nu} \, \chi_f^{(-)*}(\bar{R}_{aB}) \, \chi_i^{(+)}(\bar{R}_{Ab}) \, \varphi_f^{*}(\bar{R}_{b\nu}) \, U_{b\nu}(\bar{R}_{b\nu}) \, \varphi_i(\bar{R}_{a\nu}) \quad , \tag{I.39}$$

où $U_{b\nu}$ est le potentiel Hartree-Fock du noyau cible.

La technique de calcul que nous avons décrite dans la section précédente est bien justifiée pour le transfert d'un nucléon. C'est en effet la méthode utilisée pour obtenir des fonctions d'onde à une particule plus réalistes que les fonctions de l'oscillateur harmonique. Le potentiel déterminé par cette

procédure est une approximation raisonnable du potentiel Hartree-Fock.

En conclusion, dans le cas du transfert d'un nucléon entre ions lourds, beaucoup moins d'approximations sont nécessaires pour arriver à une expression de l'amplitude de transition calculable simplement. L'extension de ce cas relativement peu complexe au transfert de plusieurs nucléons pose des problèmes délicats d'estimation de l'influence des approximations que nous avons décrites dans les sections 3, 5 et 6 . C'est une des raisons pour lesquelles il existe peu de travaux théoriques concernant ces réactions de transfert d'au moins deux nucléons entre ions lourds. Enfin les généralisations possibles de travaux sur les transferts d'un nucléon sont délicates et ne peuvent se faire sans précautions (cf. section 9) .

Avant d'exposer la méthode que nous proposons pour aborder l'étude de ces réactions, nous allons étudier comment le calcul de l'amplitude de transition (sous la forme (I.13) ou (I.39)) est conduit dans les principales méthodes existantes.

8 - Analyse en DWBA - Transfert de plusieurs nucléons

Dans cette section, nous ne commenterons que les résultats obtenus par Kammuri et Yoshida [3] . En effet, le programme utilisé [21] par ces auteurs calcule l'amplitude de transition sous la forme (I.13b) sans plus d'approximations que celles décrites dans les sections 3 et 5. L'intégrale double vectorielle est faite exactement, ainsi les effets de recul sont inclus correctement dans le calcul.

Les fonctions d'onde relatives sont de deux types :

i) fonctions de l'oscillateur harmonique, le potentiel d'interaction est alors gaussien

ii) solutions liées d'un puits de Woods-Saxon qui est choisi comme potentiel d'interaction. Dans les deux cas, la profondeur du potentiel est déterminée suivant la méthode décrite dans la section 6 : le potentiel doit redonner correctement l'énergie de liaison du fragment transféré dans le projectile (en effet le potentiel d'interaction est choisi dans la voie d'entrée ($V_{a\nu}$), et non pas dans la voie de sortie ($V_{b\nu}$) comme nous l'avons fait depuis le début).

Les réactions qui ont été étudiées sont :

- soit des réactions de transfert d'un nucléon $^{14}N(^{14}N,^{13}N)^{15}N$, $^{27}Al(^{16}O,^{15}N)^{28}Si$;

- soit des réactions plus complexes : réaction de diffusion élastique $^{12}C(^{16}O,^{16}O)^{12}C$ avec transfert de quatre particules vers l'arrière et réaction de transfert d'un proton $^{11}B(^{16}O,^{15}N)^{12}C$ avec transfert de quatre particules vers l'arrière.

Kammuri et Yoshida ont étudié en détail les effets de chacun des paramètres entrant dans leurs équations (paramètres de l'oscillateur harmonique ou des potentiels de Woods-Saxon suivant le cas et paramètres optiques). L'analyse de leurs résultats les amène à conclure que l'approximation de Born des ondes distordues appliquée aux réactions de transfert entre ions lourds peut prédire à la fois la forme et l'ordre de grandeur des distributions angulaires.

Cependant, trois points importants sont soulignés par ces auteurs :

1) l'ignorance des caractéristiques du potentiel optique est l'un des obstacles majeurs à l'application de la DWBA.

2) l'ambiguité sur la détermination des paramètres optiques observée dans le cas de diffusion élastique de particules α est aussi présente dans le cas des ions lourds.

3) les sections efficaces observées sont très sensibles au choix des paramètres.

En ce qui concerne le premier point, nous pouvons seulement souhaiter que cette ignorance soit partiellement levée par l'accumulation de résultats expérimentaux sur la diffusion élastique entre ions lourds. Les deux autres points sont confirmés par les résultats que nous avons obtenus.

Dans ce calcul[3], les fonctions d'onde relatives, coeur-fragment transféré, sont approchées selon la procédure que nous avons décrite dans les sections 5 et 6. Une amélioration[22] a été introduite depuis[4,23,24] dans le calcul des facteurs spectroscopiques. Par exemple dans le cas de réaction de transfert de 4 particules induites par un noyau A , la fonction d'onde du modèle en couches de A s'écrit selon l'équation (I.15)

$$\Psi_A = \Psi_a \Psi_\nu \quad . \tag{I.40}$$

Le mouvement du centre de masse du fragment transféré est extrait de Ψ_ν par la transformation de Moshinsky (cf. eq.(I.16)) et seule la composante correspondant à une structure orbitale s du fragment transféré (structure α) est conservée.

$$\Psi_A = \Psi_a A_\alpha \Phi_\alpha R_{NL}(\overline{R_\alpha}) \quad . \tag{I.41}$$

Au lieu de garder l'amplitude spectroscopique A_α provenant de ce calcul, le mouvement du centre de masse du coeur a (mouvement os) est explicitement pris en compte et la transformation de Moshinsky généralisée est utilisée, donnant :

$$\begin{aligned} \Psi_A &= \Phi_a \, \Phi_\alpha \, A_\alpha \, R_{os}(\overline{R_a}) \, R_{NL}(\overline{R_\alpha}) \\ &= \Phi_a \, \Phi_\alpha \, A_\alpha \, F_\alpha \, R_{NL}(\overline{R_{\alpha a}}) \, R_{os}(\overline{R_A}) \end{aligned} \qquad (I.42)$$

Ainsi, le mouvement relatif dépend bien de la bonne coordonnée $\overline{R_{a\,\alpha}}$ et non plus de la coordonnée absolue $\overline{R_\nu} = \overline{R_\alpha}$ du fragment transféré. Le facteur correctif qui s'écrit :

$$F_\alpha = \left(\frac{A}{A-4}\right)^{N+\frac{L}{2}} \quad , \qquad (I.43)$$

augmente considérablement le facteur spectroscopique $S_\alpha = A_\alpha^2$ utilisé habituellement

$$S'_\alpha = \left(\frac{A}{A-4}\right)^{2N+L} S_\alpha \quad . \qquad (I.44)$$

Par exemple, dans le cas de réaction de transfert (^{20}Ne, ^{16}O) où les quatre particules du ^{20}Ne sont dans la couche sd , nous avons :

$$2N + L = 4(2n + \ell) = 8 \quad ,$$

avec $L = 0$. Par suite F_α^2 prend la valeur

$$F_\alpha^2 = \left(\frac{20}{16}\right)^8 \sim 5.9 \quad .$$

Ceci illustre bien l'importance des approximations sur le mouvement relatif coeur-fragment transféré et la nécessité d'extraire correctement les facteurs spectroscopiques. Un tel effet améliore l'accord avec les résultats expérimentaux [4,24] mais ne permet pas une analyse fine des structures des états excités par les réactions de transfert dans la mesure où seule la structure interne os (α dans le cas de 4 particules) est conservée dans l'amplitude de transition.

9 - Analyse en DWBA - Transfert d'un nucléon

L'étude du transfert d'un nucléon entre ions lourds est un test intéressant de l'approximation de Born des ondes distordues : si la DWBA ne pouvait

rendre compte du transfert d'un nucléon entre ions lourds, a fortiori les transferts de plusieurs nucléons ne pourraient être analyser de cette façon. La réciproque n'est pas forcément vraie : le succès de la DWBA pour le cas d'un nucléon n'entraîne pas son succès pour les transferts plus complexes.

Cela étant, ces réactions de transfert d'un nucléon permettent d'étudier les potentiels optiques. Les difficultés supplémentaires dues à la structure du fragment transféré sont alors éliminées. Une telle analyse peut donc permettre de décider de la validité de la procédure traditionnelle : pour les réactions de transfert, utilisation de puits optiques ajustés sur la voie élastique correspondante. Ce point éventuellement éclairci, il pourra être possible de lever certaines ambiguités dues à l'existence de plusieurs potentiels permettant de reproduire les distributions angulaires élastiques. Tout ceci présuppose une analyse détaillée de la forme des potentiels optiques dans la diffusion élastique.

Nous allons maintenant examiner la méthode de calcul proposée par Sawaguri et Tobocman[7]. Leur méthode a été appliquée à l'étude des réactions $^{10}B(^{14}N,^{13}N)^{11}B$, $^{27}Al(^{16}O,^{15}N)^{28}Si$, $^{11}B(^{16}O,^{15}N)^{12}C$ [25]. L'amplitude de transition est mise sous la forme (I.39) et implique donc les approximations que nous avons discutées dans la section 7. Pour des énergies de faisceaux en-dessous et au voisinage de la barrière coulombienne, les distributions angulaires calculées sont en bon accord avec l'expérience.

L'ensemble de ces résultats[24,25] tendent à montrer que l'approximation de Born des ondes distordues peut servir de base à l'étude des réactions de transfert d'un nucléon entre ions lourds.

Toutefois Sawaguri et Tobocman introduisent une approximation supplémentaire sur le recul : reprenons l'expression (I.39) de l'amplitude de transition et exprimons les vecteurs $\overline{R_{Ab}}$ et $\overline{R_{a\nu}}$ en fonction de $\overline{R_{aB}}$ et $\overline{R_{b\nu}}$ (voir fig.I.1)

$$\begin{aligned} \overline{R_{Ab}} &= \frac{M_a}{M_A}\overline{R_{aB}} + \frac{MM_\nu}{M_A M_B}\overline{R_{b\nu}} \quad , \\ \overline{R_{b\nu}} &= \frac{M_b}{M_B}\overline{R_{b\nu}} - \overline{R_{aB}} \quad . \end{aligned} \tag{I.45}$$

A un Jacobien près, l'amplitude de transition devient,

$$\begin{aligned} T_{fi} \propto \int d\overline{R_{aB}}\, d\overline{R_{b\nu}}\, \chi_f^{(-)*}(\overline{R_{aB}})\, \chi_i^{(+)}\left(\frac{M_a}{M_A}\overline{R_{aB}} + \frac{MM_\nu}{M_A M_B}\overline{R_{b\nu}}\right) \\ \times\, \varphi_f^*(\overline{R_{b\nu}})\, U_s'(\overline{R_{b\nu}})\, \varphi_i\left(\frac{M_b}{M_B}\overline{R_{b\nu}} - \overline{R_{aB}}\right) \quad . \end{aligned} \tag{I.46}$$

Dans $\chi_i^{(+)}$, la dépendance en $R_{b\nu}$ est négligée, ce qui revient à une approximation sur le recul dans la voie d'entrée, soit,

$$\overline{R_{Ab}} = \frac{M_a}{M_A}\overline{R_{aB}} + \frac{MM_\nu}{M_A M_B}\overline{R_{b\nu}} = \frac{M_a}{M_A}\left\{\overline{R_{aB}} + M_\nu\left(\frac{1}{M_a}+\frac{1}{M_B}\right)\overline{R_{b\nu}}\right\} \sim \frac{M_a}{M_A}\overline{R_{aB}} \quad . \tag{I.47}$$

L'amplitude de transition s'écrit alors :

$$T_{fi} \propto \int d\overline{R_{aB}}\ \chi_f^{(-)*}(\overline{R_{aB}})\ \chi_i^{(+)}\left(\frac{M_a}{M_A}\overline{R_{aB}}\right)\ F(\overline{R_{aB}}) \quad , \tag{I.48}$$

avec

$$F(\overline{R_{aB}}) = \int d\overline{R_{b\nu}}\ \varphi_f^{*}(\overline{R_{b\nu}})\ U_s'(\overline{R_{b\nu}})\ \varphi_i\left(\frac{M_b}{M_B}\overline{R_{b\nu}} - \overline{R_{aB}}\right) \quad . \tag{I.49}$$

L'intérêt de cette approximation est immédiat : l'intégrale double vectorielle sur $\overline{R_{aB}}$ et $\overline{R_{b\nu}}$ dans (I.46) se ramène à deux intégrales vectorielles successives. Une méthode analogue [8] a déjà été utilisée avec succès dans le cas de transfert de neutron sous coulombien.

L'approximation (I.47) est valable si,

$$M_\nu\left(\frac{1}{M_a}+\frac{1}{M_B}\right) \ll 1 \quad . \tag{I.50a}$$

La même approximation faite dans l'autre voie conduit à la condition similaire

$$M_\nu\left(\frac{1}{M_A}+\frac{1}{M_b}\right) \ll 1 \quad . \tag{I.50b}$$

Les conditions sont en général vérifiées pour les transferts d'un nucléon entre ions lourds.

Mais pour des transferts de plusieurs particules entre ions lourds, il faut vérifier si elles sont remplies pour pouvoir utiliser cette méthode. Ce n'est pas le cas, par exemple pour la réaction $^{40}Ca(^{16}O,^{12}C)^{44}Ti$:

$$M_\nu\left(\frac{1}{M_a}+\frac{1}{M_B}\right) \sim .42 \quad ,$$

$$M_\nu\left(\frac{1}{M_A}+\frac{1}{M_b}\right) \sim .35 \quad .$$

Par contre pour les réactions $^{92,94,96,98}Mo(^{18}O,^{16}O)$

$$M_\nu\left(\frac{1}{M_a}+\frac{1}{M_B}\right) \sim .13 \quad ,$$

$$M_\nu\left(\frac{1}{M_A}+\frac{1}{M_b}\right) \sim .11 \quad .$$

Il n'est donc pas possible en général d'étendre la méthode de calcul proposée par Sawaguri et Tobocman aux transferts de plusieurs particules entre ions lourds. Auparavant il faut s'assurer que l'une au moins des deux conditions (I.50a) et (I.50b) est satisfaite.

Cela étant, il est possible d'utiliser le programme de Tobocman de de deux façons différentes

a) en définissant φ_i et φ_f comme décrivant le mouvement du centre de masse du fragment transféré. Des calculs [26] ont été effectués dans ce cas mais les conditions (I.50) n'étaient pas remplies de façon satisfaisante.

b) en remplaçant φ_i et φ_f par les fonctions d'onde du modèle en couches. Baltz et Kahana[27] calculent ainsi le facteur de forme (I.49) avec des fonctions d'onde du modèle en couches sans effectuer une quelconque séparation en mouvement interne et mouvement du centre de masse pour les réactions ($^{18}O, ^{6}O$) sur les molybdènes. En plus de l'approximation sur le recul, il en est fait une nouvelle, les fonctions d'onde du modèle en couches qui entrent dans ce calcul dépendent de la distance entre chacun des nucléons et le centre de masse du coeur. En fait, elles dépendent des positions absolues des nucléons dans le modèle en couches "coeur + fragment transféré". En omettant tout moment angulaire et toute géométrie, le facteur de forme s'écrit :

$$\int d\bar{r}_{b1}\, d\bar{r}_{b2}\, \psi_f^{1*}(\bar{r}_{b1})\, \psi_f^{2*}(\bar{r}_{b2}) \left\{ U(\bar{r}_{b1}) + U(\bar{r}_{b2}) \right\} \psi_i^1(\bar{r}_{a1})\, \psi_i^2(\bar{r}_{a2}) \quad , \qquad (I.51)$$

où $\bar{r}_{a1}$ et $\bar{r}_{a2}$ sont reliés à $\overline{R_{aB}}$, $\bar{r}_{b1}$ et $\bar{r}_{b2}$ compte tenu de l'approximation sur le recul.

Ce calcul est très intéressant car il ne suppose pas que les deux neutrons soient transférés dans un mouvement relatif os . Cependant le succès de ce travail ne doit pas faire oublier que cette méthode repose sur une approximation sur le recul.

Un autre calcul microscopique récent du à Roberts[28] est similaire à celui de Baltz et Kahana. La principale différence réside dans l'extension non plus du programme de Tobocman mais de la méthode proposée par Buttle et Goldfarb,[8] aussi ce travail est limité au transfert sous-coulombien de deux nucléons. Dans les deux cas, les centres de modèles en couches et les centres de masses des coeurs sont a priori confondus pour le calcul du facteur de forme et il reste des approximations sur le recul qui limite le champ d'application de ces méthodes.

10. Conclusion

Dans les méthodes que nous avons passées en revue, le facteur de forme est calculé de deux façons différentes :

1) la séparation en degrés de liberté internes et mouvement du centre de masse[22,23] est effectuée. En général, seule la contribution correspondant à l'état interne Os du fragment transféré est conservée dans l'amplitude de transition. Le facteur de forme est alors construit sur les fonctions d'onde relatives décrivant le mouvement du fragment transféré autour des coeurs.

2) le facteur de forme est calculé directement à partir de fonctions d'onde du modèle en couches[27,28] sans effectuer la transformation de Moshinsky. Il n'y a plus de limitations à un seul état interne du fragment transféré : toute l'information microscopique contenue dans les fonctions d'onde du modèle en couches intervient dans le calcul de l'amplitude de transition. Remarquons que ces deux approches se réduisent à une seule pour le transfert d'un nucléon.

A ce choix de la description du facteur de forme, s'ajoute le traitement de la cinématique. Les méthodes les plus raffinées de ce point de vue effectuent exactement le calcul de l'intégrale double vectorielle[3,4] mais nécessitent des programmes encombrants qui ne peuvent passer que sur de gros calculateurs. Différentes approximations peuvent être faites sur le recul[7,8] et simplifient alors le calcul de cette intégrale.

Seules les méthodes qui utilisent un facteur de forme du second type peuvent permettre d'analyser le plus finement possible les fonctions d'onde des états excités du noyau résiduel. Toutefois, aucune d'elles n'effectue le calcul de l'intégrale double vectorielle sans approximations. De plus trois points sont implicitement confondus dans leur dérivation du facteur de forme :

- le centre du modèle en couches du noyau résiduel,
- le centre du modèle en couches de la cible,
- le centre de masse du noyau résiduel.

Une hypothèse similaire est faite pour le projectile. Les fonctions d'onde du modèle en couches font référence à une origine absolue qui n'a pas de sens physique dans l'amplitude de transition usuelle de la DWBA, et l'hypothèse ci-dessus est la plus simple qu'on puisse faire pour définir ces origines.

Dans le chapitre suivant, nous nous proposons d'utiliser les fonctions d'onde du modèle en couches pour dériver le facteur de forme. Le formalisme de la coordonnée génératrice nous permettra d'introduire exactement les centres de modèles en couches correspondants.

CHAPITRE II

FORMALISME GENERAL

1. Introduction

Le but de ce travail est de trouver une expression de l'amplitude de transition mettant directement en oeuvre les fonctions d'onde du modèle en couches. L'outil de travail qui permet d'obtenir ce résultat est le formalisme de la coordonnée génératrice.

Tout d'abord nous avons admis l'équivalence des deux descriptions, coordonnée génératrice et DWBA. L'avantage de la DWBA réside dans l'utilisation de puits optiques ajustés sur la voie élastique ; les inconvénients proviennent des approximations naturellement suggérées par la méthode : le traitement approché des fonctions d'onde relatives coeur-fragment transféré. Le formalisme de la coordonnée génératrice permet au contraire d'introduire exactement les états du modèle en couches, par contre les fonctions génératrices associées aux ondes de diffusion ne sont pas connues.

Brièvement résumées dans ces deux phrases, ces méthodes apparaissent complémentaires. C'est cette complémentarité que nous avons essayée d'exploiter au maximum : dans ce chapitre, nous dérivons une expression de l'amplitude de transition en essayant de réunir dans un formalisme cohérent les avantages de l'une et l'autre des deux descriptions et d'éviter au maximum les difficultés et les approximations inhérentes à chacune d'elles.

Dans les premières sections, nous écrivons les ondes de diffusion dans chacune des voies à partir des fonctions d'onde du modèle en couches des divers fragments sans avoir recours à une quelconque séparation en mouvement interne et mouvement de centre de masse. Ce travail se fait à l'aide du formalisme de la coordonnée génératrice.[29]

Ensuite nous dérivons l'amplitude de transition à partir de ces ondes de diffusion et, après quelques transformations, nous la réexprimons en fonction des ondes optiques traditionnelles, revenant ainsi à la DWBA mais en évitant toute approximation sur les fonctions d'onde des divers fragments.

Le résultat de ces calculs théoriques est une amplitude de transition

mettant en jeu les ondes optiques usuelles et un facteur de forme microscopique calculé à partir de fonctions d'onde du modèle en couches.[30]

Enfin nous discutons les approximations faites au cours du calcul et le sens physique de l'amplitude ainsi obtenue.

2. Centre de masse - Centre de modèle en couches

Soit O une origine arbitraire définissant un référentiel fixe. Les vecteurs $\overline{R_A}$, $\overline{R_b}$, $\overline{R_a}$, $\overline{R_B}$, $\overline{R_\nu}$ repèrent les positions des centres de masse des divers fragments au cours de la collision. Si nous décrivons ces fragments par des fonctions d'onde de modèles en couches, ces positions ne sont pas parfaitement déterminées à un instant donné. En effet, prenons le noyau A , et soit Ψ_A sa fonction d'onde à A particules (déterminant de Slater simple ou mélange de configurations) ; à un instant donné, A occupe une position dans l'espace qui n'est définie qu'au mouvement résiduel près du centre de masse. Si Ψ_A n'a aucune composante parasite* , ce mouvement apparaît dans la fonction d'onde sous la forme factorisée

$$\Psi_A = \Phi_A^{int} \; G(\lambda_A \, , \overline{R_A} - \langle \overline{R_A} \rangle) \qquad (II.1)$$

Dans cette équation, Ψ_A contient les A coordonnées individuelles $\overline{r}_1$, $\overline{r}_2$, ..., $\overline{r}_A$ des nucléons constituant A , Φ_A^{int} ne dépend plus que des A-1 coordonnées internes et $G(\lambda_A \, , \overline{R_A} - \langle \overline{R_A} \rangle)$ est un paquet d'ondes gaussien décrivant le mouvement du centre de masse de A autour de sa position moyenne $\langle \overline{R_A} \rangle$. Cette position moyenne n'est autre que le centre du modèle en couches pour le noyau A à l'instant considéré.

Dans le système du laboratoire, la cible peut être décrite par une fonction d'onde d'un modèle en couches centré en un point fixe. De même, dans le système lié au projectile, le centre du modèle en couches décrivant ce projectile reste fixe. Dans les deux cas, le mouvement du centre de masse est inclus dans la fonction d'onde.

Aussi, au lieu d'introduire la distance entre centres de masse pour décrire l'évolution du système au cours du temps, nous allons utiliser la distance entre centres de modèles en couches (ces deux distances restent égales en valeur moyenne). Nous obtenons ainsi un modèle à deux centres.

---

* Par abus de langage, nous dirons qu'une fonction d'onde du modèle en couches n'a pas de composantes parasites du mouvement du centre de masse si ce mouvement, toujours présent dans la fonction d'onde, a un moment angulaire nul et se factorise simplement (cf. eq.(II.1)), et si, par suite, sa contribution à tout élément de matrice peut être soustraite.

3. Description de la voie d'entrée

Nous supposons que les deux fragments A et b peuvent se décrire commodément (avec peu de mélange de configurations) par des potentiels harmoniques de longueur unique λ_1 . Les fonctions d'onde de A et de b se factorisent en fonctions d'onde internes et en mouvements des centres de masse caractérisés par les longueurs λ_A et λ_b définies à partir de cette même longueur λ_1 ,

$$\lambda_A = N_A^{-1/2}\ \lambda_1 \quad , \qquad \lambda_b = N_b^{-1/2}\ \lambda_1 \quad , \tag{II.2}$$

où N_A et N_b sont les nombres de masse des fragments A et b . Cette hypothèse est d'autant plus valable que A et b ont des masses comparables.

Soit η_α^+ l'opérateur de création d'un nucléon dans une orbite $\alpha = (n_\alpha, \ell_\alpha, j_\alpha, m_\alpha, \tau_\alpha)$ du modèle en couches. Définissons l'opérateur $\hat{A}^+$ qui crée le noyau A à l'origine. Si A est, par exemple, le carbone 12 (^{12}C), alors $\hat{A}^+$ est le produit de 12 opérateurs de création η^+ correspondant aux couches $Os_{1/2}$ et $Op_{3/2}$. En cas de mélange de configurations, $\hat{A}^+$ est une somme de produits analogues faisant intervenir d'autres couches ($Op_{1/2}$,...). L'expression "créer à l'origine" signifie que la fonction d'onde de A peut s'écrire

$$\Psi_A = \langle \overline{r_1}, \overline{r_2}, \ldots, \overline{r_A} | \hat{A}^+ | 0 \rangle = \Phi_A^{int}\ G(\lambda_A, \overline{R_A}) \quad , \tag{II.3}$$

où $|0\rangle$ est le vide de nucléons et,

$$G(\lambda, \overline{R}) = \pi^{-3/4}\ \lambda^{-3/2}\ \exp\{-\overline{R}^2/2\lambda^2\} \quad . \tag{II.4}$$

La factorisation entre mouvement interne et mouvement du centre de masse, contenue dans l'équation (II.3), peut en principe être faite exactement[31] .

Enfin, nous effectuons une translation des opérateurs tels que $\hat{A}^+$, définissant ainsi

$$\hat{A}^+(\overline{x}) = e^{-i\overline{P}\overline{x}}\ \hat{A}^+\ e^{i\overline{P}\overline{x}} \quad , \tag{II.5}$$

où $\overline{x}$ est un vecteur arbitraire et $\overline{P}$ est l'opérateur à un corps moment total. La fonction d'onde associée à $\hat{A}^+(\overline{x})$ s'écrit,

$$\Psi_A(\overline{x}) = \langle \overline{r}_1, \overline{r}_2, \ldots, \overline{r}_A | \hat{A}^+(\overline{x}) | 0 \rangle = \langle \overline{r}_1 - \overline{x}, \overline{r}_2 - \overline{x}, \ldots, \overline{r}_A - \overline{x} | \hat{A}^+ | 0 \rangle = \Phi_A^{int}\ G(\lambda_A, \overline{R_A} - \overline{x}) \ . \tag{II.6}$$

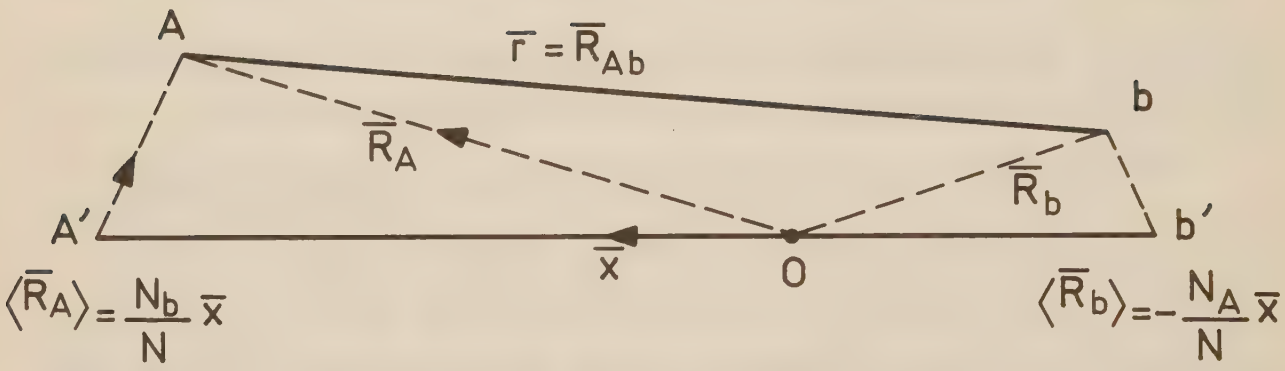


Figure II-1

Description de la voie d'entrée. Le centre de masse A du noyau A se déplace dans un mouvement Os autour du centre de modèle en couches A' défini par le vecteur $\overline{OA'} = \langle \overline{OA} \rangle = \frac{N_b}{N} \bar{x}$, similairement pour b . L'origine absolue O est arbitraire mais fixée. Pour la voie de sortie il suffit de remplacer $\bar{x}$ par $\bar{y}$, A par a , b par B et d'utiliser les rapports de masse appropriés.

Considérons maintenant les deux fragments A et b de la voie d'entrée, caractérisés par N_A, $\overline{R_A}$, λ_A, $\hat{A}^+$ et N_b, $\overline{R_b}$, λ_b, $\hat{b}^+$. Définissons d'une part le nombre de masse totale, N, la longueur correspondante de l'oscillateur harmonique, Λ, la coordonnée du centre de masse du système (A+b), $\bar{R}$, et d'autre part les quantités analogues N_i, λ_i, $\bar{r}$ pour le mouvement relatif,

$$\begin{aligned} N &= N_A + N_b & N_i &= N_A N_b / N \\ \Lambda &= N^{-1/2}\,\lambda_1 & \lambda_i &= N_i^{-1/2}\,\lambda_1 \\ \bar{R} &= (N_A\overline{R_A} + N_b\overline{R_b}) / N & \bar{r} &= \overline{R_A} - \overline{R_b} \end{aligned} \qquad \text{(II.7)}$$

Par la suite il sera pratique d'utiliser les rapports des masses des fragments à la masse totale :

$$n_A = N_A/N \quad , \qquad n_b = N_b/N \quad , \qquad \text{(II.8)}$$

avec $n_A + n_b = 1$.

Nous décrivons la voie d'entrée à un instant donné par le produit d'opérateurs

$$\hat{A}^+ (n_b\,\bar{x})\ \hat{b}^+(-n_A\,\bar{x}) \quad , \qquad \text{(II.9)}$$

où $\bar{x}$ est la distance entre les centres des modèles en couches pour A et pour b . De plus, le mouvement du centre de masse totale du système est centré à l'origine (voir plus loin l'équation (II.13)). Il est clair qu'il s'agit bien d'une description à deux centres obtenue par translations appropriées de A et de b de part et d'autre de l'origine (qui a été implicitement choisie au barycentre des deux modèles en couches). Les définitions des différents vecteurs $\overline{R_A}$, $\overline{R_b}$, $\bar{r}$, $\bar{R}$, $\bar{x}$ sont illustrées par la figure II.1 .

Soit $\mathcal{A}$ l'opérateur d'antisymétrisation pour N nucléons; le produit d'opérateurs (II.9) correspond à la fonction d'onde

$$\Phi_{\bar{x}} = \mathcal{A}\,\Psi_A(n_b\,\bar{x})\ \Psi_b(-n_A\,\bar{x}) \quad . \qquad \text{(II.10)}$$

Nous avons ainsi représenté un état à N nucléons où N_A d'entre eux restent liés autour du point $\langle\overline{R_A}\rangle = n_b\,\bar{x}$, et N_b autour du point $\langle\overline{R_b}\rangle = -n_A\,\bar{x}$.

Pour mieux comprendre le sens physique de $\Phi_{\bar{x}}$, il est utile de distinguer trois cas. Soit ρ la somme des rayons des noyaux A et b , et μ la portée des forces nucléaires.

i) Région asymptotique $|\bar{x}| >> \rho + \mu$

L'effet de l'opérateur d'antisymétrisation entre A et b peut être négligé. La coordonnée relative entre centres de masse $\bar{r}$ est bien définie et nous pouvons remplacer (II.10) par

$$\Phi_{\bar{x}} = \Phi_A^{int}\, \Phi_b^{int}\, G(\lambda_A, \bar{R}_A - n_b\bar{x})\, G(\lambda_b, \bar{R}_b + n_A\bar{x}) \quad , \tag{II.11}$$

ou encore,

$$\Phi_{\bar{x}} = \Phi_A^{int}\, \Phi_b^{int}\, G(\lambda_i, \bar{r} - \bar{x})\; G(\Lambda, \bar{R}) \quad . \tag{II.12}$$

ii) Région de contact $\rho \leq |\bar{x}| \sim \rho + \mu$

Les deux équations précédentes gardent une certaine validité car les noyaux A et b ne se recouvrent pas encore fortement mais commencent seulement à interagir par le biais des forces nucléaires. C'est dans cette région que se produit le transfert de particules entre A et b . L'opérateur d'antisymétrisation devrait être partiellement réintroduit, au moins entre les particules à la surface de A et de b . Dans les réactions que nous étudierons (réactions directes et de surface), la contribution dominante à l'amplitude de transition provient des interactions des particules transférées entre elles et avec celles des co
Si l'effet de l'antisymétrisation peut être négligé entre les particules des coeurs a et b, le calcul correct des termes introduits par l'antisymétrisation des particules transférées est au contraire essentiel.[32]

iii) Région interne $|\bar{x}| < \rho$

L'opérateur d'antisymétrisation ne peut plus être négligé. La coordonnée $\bar{r}$ est mal définie.

Cependant, dans les trois cas, nous pouvons toujours écrire,

$$\Phi_{\bar{x}} = G(\Lambda, \bar{R})\; \mathcal{A}\, \{\Phi_A^{int}\, \Phi_b^{int}\, G(\lambda_i, \bar{r} - \bar{x})\} \quad , \tag{II.13}$$

puisque $\bar{R}$ est une coordonnée symétrique par rapport à l'ensemble des coordonnées individuelles des N nucléons $(\bar{r_1}, \ldots, \bar{r_A}, \bar{r_1}, \ldots, \bar{r_b})$. Ceci montre que le mouvement du centre de masse du système se factorise quel que soit $\bar{x}$ et qu'il n'y a pas d'états parasites du centre de masse dans ce formalisme.

4. Fonctions d'onde de diffusion

Utilisant le formalisme de la coordonnée génératrice [29], nous développons la fonction de diffusion sur la base des états $\Phi_{\bar{x}}$,

$$\Psi_i = \int g(\bar{x})\, \Phi_{\bar{x}}\, d\bar{x} \quad . \qquad (II.14)$$

Le calcul exact de la fonction génératrice $g(\bar{x})$ ne sera pas entrepris pour deux raisons :

i) Dans le cas particulier très simple de la diffusion élastique (α,α), citons les travaux de Giraud, Hocquenghem et Lumbroso [33] qui ont fait une étude approfondie des techniques de calcul liées à l'emploi de ce formalisme. La fonction génératrice $g(\bar{x})$ a été obtenue pour des interactions à deux corps particulières, par exemple pour un potentiel gaussien. La généralisation de ces techniques à des cas plus complexes (diffusion pour des systèmes à plus grand nombre de nucléons), requiert dans l'immédiat des calculs trop encombrants. Toutefois il n'est pas exclu que les développements ultérieurs de cette théorie permettent d'envisager raisonnablement une étude des réactions de diffusion entre noyaux plus lourds que la particule alpha.

ii) A priori le calcul de la fonction génératrice $g(\bar{x})$ à partir de l'équation de Schrödinger incluant un potentiel à deux corps même réaliste est équivalent au calcul traditionnel de l'onde optique effectué sans tenir compte, à l'aide d'un puits optique judicieusement ajusté, de l'absorption due aux voies ouvertes. Par suite, il est impossible, dans le calcul de $g(\bar{x})$, d'échapper à la part de phénoménologie inclue dans la partie imaginaire des potentiels optiques utilisés habituellement dans l'approximation de Born des ondes distordues.

Il faut enfin remarquer que ce n'est pas le calcul explicite de la fonction génératrice g qui est entrepris, mais celui des déphasages à partir de l'équation de Hill et Wheeler [29]. Il existe plusieurs solutions [33,34] à ce problème. Dans ces travaux, différentes méthodes de calcul sont proposées pour la diffusion élastique (α,α) bien souvent sans inclure le potentiel coulombien et fort peu vont jusqu'au calcul numérique des déphasages.

Malgré le travail investi dans ce domaine, la théorie en est encore à ses débuts et il ne faut pas sous-estimer les difficultés. En effet, même dans la DWBA, le calcul théorique de la partie imaginaire des potentiels optiques reste encore un problème difficile. Un certain nombre de travaux [35] ont été faits pour la diffusion de protons, mais dans la pratique c'est presque toujours par un ajustement des paramètres sur l'expérience que ce potentiel est obtenu.

Nous avons réalisé, au moins formellement, la première étape de notre travail ; les états de diffusion définis par (II.14) sont écrits à partir des fonctions d'onde du modèle en couches des deux noyaux présents dans la voie considérée.

Pour pouvoir revenir aux ondes optiques traditionnelles, nous devons trouver un lien entre l'expression (II.14) de l'état de diffusion et son expression dans la théorie des ondes distordues :

$$\Psi_i = \Phi_A^{int}\, \Phi_b^{int}\, \chi_i^{(+)}(\overline{R_{Ab}}) \quad . \qquad (II.15)$$

Tout d'abord, remarquons que cette expression de Ψ_i est incomplète, il y manque le mouvement du centre de masse du système (A+b) . Ce mouvement est habituellement omis car il se factorise dans l'amplitude de transition et ne contribue pas au calcul de la section efficace. La fonction d'onde Ψ_i peut s'écrire

$$\Psi_i = \Phi_A^{int}\, \Phi_b^{int}\, \chi_i^{(+)}(\overline{R_{Ab}})\, G(\Lambda, \bar{R}) \quad . \qquad (II.16)$$

Remplaçons maintenant dans (II.14) $\Phi_{\bar{x}}$ par (II.13), il vient

$$\Psi_i = \int d\bar{x}\; g(\bar{x})\; \mathcal{A}\left\{\Phi_A^{int}\, \Phi_b^{int}\; G(\lambda_i, \overline{R_{Ab}} - \bar{x})\right\} G(\Lambda, \bar{R}) \quad . \qquad (II.17)$$

L'opérateur d'antisymétrisation $\mathcal{A}$ n'apparaît que dans (II.17).

Dans chacune des trois régions définies dans la section précédente, comparons les deux expressions que nous avons obtenues pour l'onde de diffusion Ψ_i .

i) Région asymptotique $|\bar{x}| >> \rho + \mu$

Dans cette région les effets d'antisymétrisation entre fragments sont négligeables, $\mathcal{A}$ peut être supprimé dans (II.17). Comme nous avons supposé les deux descriptions (II.16) et (II.17) équivalentes (cf. section 1.), nous pouvons égaler ces deux expressions et nous en déduisons

$$\chi_i^{(+)}(\overline{R_{Ab}}) = \int g(\bar{x})\, d\bar{x}\; G(\lambda_i, \overline{R_{Ab}} - \bar{x}) \quad . \qquad (II.18)$$

ii) Région de contact $\rho \lesssim |\bar{x}| \sim \rho + \mu$

Dans l'expression traditionnelle (II.16), l'antisymétrisation entre coeur est négligée. En effet, l'onde optique $\chi_i^{(+)}$ est calculée à partir d'un potentiel optique ajusté sur la distribution angulaire élastique et non pas à partir du potentiel à deux corps moyenné sur les structures internes des fragments A et b . Les effets d'antisymétrisation présents dans la diffusion élastique sont ainsi inclus partiellement dans le puits optique.

Nous pouvons donc égaler les deux expressions de Ψ_i ,

$$G(\Lambda, \bar{R})\ \Phi_A^{int}\ \Phi_b^{int}\ \chi_i^{(+)}(\overline{R_{Ab}}) = \int d\bar{x}\ g(\bar{x})\ \mathcal{A}\{\Psi_A(n_b\bar{x})\ \Psi_b(-n_A\bar{x})\} \quad , \tag{II.19}$$

et utiliser l'expression (II.17) de Ψ_i sans tenir compte de l'antisymétrisation entre cœurs pour le calcul de l'amplitude de transition, à condition de se ramener ensuite aux ondes optiques par la formule (II.18).

iii) Région interne $|\bar{x}| < \rho$

L'absorption due aux ondes optiques élimine la contribution de cette région. Aussi nous pourrons utiliser l'expression (II.17) de Ψ_i , même si elle perd son sens dans cette région, à condition de nous ramener en fin de calcul aux ondes optiques par l'intermédiaire de la relation (II.18).

Notre méthode de travail que nous avions simplement esquissée dans l'introduction (section 1.) est maintenant parfaitement définie.

1) Nous utiliserons l'expression des états de diffusion dans le formalisme de la coordonnée génératrice (eqs.(II.14) et (II.17)).

2) Nous conduirons le calcul de l'amplitude de transition aussi loin que possible dans ce même formalisme et en négligeant l'antisymétrisation entre coeurs.

3) Enfin nous nous ramènerons aux ondes optiques grâce à l'expression (II.18) qui relie les ondes optiques aux fonctions génératrices.

5. Définition formelle de l'amplitude de transition

Conformément à l'équation (II.17), la voie d'entrée est décrite par l'onde de diffusion,

$$\Psi_i = \int d\bar{x}\ g_i(\bar{x})\ \mathcal{A}\{\Psi_A(n_b\bar{x})\ \Psi_b(-n_A\bar{x})\} \quad . \tag{II.20}$$

Avec des notations évidentes, la voie de sortie est décrite de même,

$$\Psi_f = \int d\bar{y}\ g_f(\bar{y})\ \mathcal{A}\{\Psi_a(n_B\bar{y})\ \Psi_B(-n_a\bar{y})\} \tag{II.21}$$

Cette formulation nous permet d'utiliser dans ce qui suit le formalisme de la seconde quantification, les fonctions d'onde Ψ_A,.... étant les représentations

$\bar{r}$ des opérateurs $\hat{A}^+(n_b x)$,... (cf. eq.(II.6)). Toutefois, ainsi qu'il a été dit dans la section précédente, nous ne tiendrons pas compte dans nos calculs des termes dus à l'antisymétrisation entre coeurs. Nous en aurons la justification dans la section (II.7) où nous utiliserons l'équation (II.18) pour revenir aux ondes optiques. Notre usage de la seconde quantification tient compte de l'antisymétrisation des particules transférées entre elles et surtout avec les coeurs. Les termes dus à l'antisymétrisation avec les coeurs avaient été négligés dans le chapitre précédent (voir discussion des fonctions d'onde du mouvement relatif coeur-fragment transféré, section I-4. et I-5.).

Dans le cadre de l'approximation de Born, l'amplitude de transition est,

$$T_{fi} = \langle \Psi_f | V | \Psi_i \rangle \quad , \tag{II.22}$$

soit

$$T_{fi} = \int d\bar{x}\, d\bar{y}\, g_f^*(\bar{y})\, g_i(\bar{x})\, F(\bar{x},\bar{y}) \quad , \tag{II.23}$$

avec

$$F(\bar{x},\bar{y}) = \langle 0 | \hat{B}(-n_a \bar{y})\, \hat{a}(n_B \bar{y}) \quad \forall \quad \hat{A}^+(n_b \bar{x})\, \hat{b}^+(-n_A \bar{x}) | 0 \rangle \quad . \tag{II.24}$$

Les opérateurs de création $\hat{A}^+(n_b \bar{x})$,... ont été définis dans la section 2. Le symbole $\forall$ signifie que, parmi toutes les contractions permises par le théorème de Wick pour le potentiel à deux corps V, nous ne devons garder que celles responsables du transfert (cf. Chap.I, section 1). Nous les analysons plus en détail dans la section suivante.

6. Potentiel responsable du transfert - Facteur de forme

Conformément aux hypothèses que nous avons admises au chapitre précédent, nous simplifions a priori le calcul de l'amplitude de transition en supposant que la réaction de transfert laisse intact le coeur a de A et le coeur b de B . Les opérateurs $\hat{A}^+$ et $\hat{B}^+$ peuvent alors s'écrire,

$$\begin{aligned} \hat{A}^+ &= \hat{a}^+ \hat{C}^+ \\ \hat{B}^+ &= \hat{b}^+ \hat{D}^+ \quad . \end{aligned} \tag{II.25}$$

où les opérateurs $\hat{C}^+$ et $\hat{D}^+$ créent le nuage* de particules transférées dans des états liés respectivement aux coeurs a et b .

---

* Nous emploierons indifféremment les termes "nuage" et "fragment transféré" pour désigner ν .

L'interaction responsable du transfert peut se définir soit dans la voie d'entrée, soit dans la voie de sortie. Comme cela a été dit au chapitre I, nous la choisissons dans la voie de sortie,

$$V = V_{b\nu} \quad . \tag{II.26}$$

Nous ne devons donc prendre, parmi les contractions possibles, que celles qui s'annulent dans l'état asymptotique initial. De plus, les contractions coeur a , coeur b , doivent être éliminées, elles correspondent à des termes d'échange entre coeurs (voir section 4). Finalement, nous ne conservons que les contractions données par le schéma suivant (où tout indice superflu a été omis) :

$$F = \langle 0 | \underbrace{D \; b}_{B} \quad a \quad V \quad \underbrace{a^+ \; C^+}_{A} \quad b^+ | 0 \rangle \quad . \tag{II.27}$$

L'étape suivante consiste à factoriser F en contributions des coeurs et des nuages

$$F = \langle 0 | D \; C^+ | 0 \rangle \; \vee \; \langle 0 | b \; a \; a^+ \; b^+ | 0 \rangle \quad . \tag{II.28}$$

Cette dernière approximation revient à négliger partiellement l'antisymétrisation entre coeurs et nuages. Seule est gardée l'antisymétrisation due au terme d'échange du potentiel à deux corps.[32]

Explicitons la formule (II.28)

$$F(\bar{x},\bar{y}) = \sum_{\alpha\beta} \langle 0 | \hat{b}(-n_a \bar{y}) \; \eta_\alpha^+ \; \eta_\beta \; \hat{b}^+(-n_A \bar{x}) | 0 \rangle \langle 0 | \hat{a}(n_B \bar{y}) \; \hat{a}^+(n_b \bar{x}) | 0 \rangle$$
$$\times \sum_{\gamma\delta} \langle 0 | \hat{D}(-n_a \bar{y}) \; \eta_\delta^+ \; \eta_\gamma \; \hat{C}^+(n_b \bar{x}) | 0 \rangle \langle \alpha\delta | V | \beta\gamma \rangle \quad . \tag{II.29}$$

La quantité $\langle \alpha\delta | V | \beta\gamma \rangle$ est l'élément de matrice antisymétrisé habituel du potentiel nucléaire à deux corps V . Il est clair que, dans cette expression, l'antisymétrisation entre coeurs a bien été négligée.

Pour évaluer la première partie de F , supposons que l'opérateur $\eta_\alpha^+ \eta_\beta$ n'excite pas le mouvement du centre de masse du coeur b et n'agisse que sur la fonction d'onde interne. L'élément de matrice coeur-coeur pour le fragment b

devient :

$$\langle o \,|\hat{b}(-n_a\bar{y})\ \eta_\alpha^+\ \eta_\beta\ \hat{b}^+(-n_A\bar{x})\,|o\rangle \simeq \int d\overline{R_b}\ G(\lambda_b\,,\ \overline{R_b}+n_a\bar{y})\ G(\lambda_b\,,\ \overline{R_b}+n_A\bar{x})\ \rho^{(b)}_{\alpha\beta}(-n_a\bar{y})\ . \tag{II.30}$$

La fonction $\rho(-n_a\bar{y})$ est la matrice densité à un corps du coeur b centrée au point de coordonnée $-n_a\bar{y}$.

En toute rigueur, nous pouvons calculer cet élément de matrice en insérant à droite de $\eta_\alpha^+\eta_\beta$ un ensemble complet d'états b_λ à N_b nucléons centré au point $-n_a\bar{y}$:

$$\sum_\lambda\ \hat{b}^+_\lambda(-n_a\bar{y})\ \hat{b}_\lambda(-n_a\bar{y}) \;=\; 1 \qquad . \tag{II.30.a}$$

Soit

$$\langle o \,|\hat{b}(-n_a\bar{y})\ \eta_\alpha^+\eta_\beta\ \hat{b}^+(-n_A\bar{x})\,|o\rangle \;=\; \sum_\lambda \langle o \,|\hat{b}(-n_a\bar{y})\ \eta_\alpha^+\eta_\beta\ \hat{b}^+_\lambda(-n_a\bar{y})\,|o\rangle\ \langle o \,|\hat{b}_\lambda(-n_a\bar{y})\ \hat{b}^+(-n_A\bar{x})$$

Dans cette somme, seuls contribuent l'état fondamental de b et toutes les excitations particule-trou construites sur cet état. La contribution du fondamental redonne (II.30); en utilisant l'invariance par translation, les termes correctifs s'écrivent :

$$\sum_{(pt)} \langle o \,|\hat{b}\ \eta_\alpha^+\eta_\beta\ \hat{b}^+_{(pt)}\,|o\rangle\ \langle o \,|\hat{b}_{(pt)}(n_A\bar{x}-n_a\bar{y})\ \hat{b}^+\,|o\rangle \qquad .$$

Le deuxième élément de matrice de chaque terme de cette somme représente le recouvrement du fondamental de b avec un état excité centré en un autre point. A la limite $n_A\bar{x} = n_a\bar{y}$, ces termes correctifs s'éliminent. Par suite, l'expression approchée (II.30) sera d'autant plus justifiée que ce vecteur sera petit, c'est-à-dire que la masse du coeur b sera grande devant celle du fragment transféré. C'est la raison qui nous fera préférer de l'approximation post ou prior celle qui revient à choisir pour potentiel responsable du transfert celui du noyau le plus lourd.

Enfin, la densité $\rho^{(b)}_{\alpha\beta}$ peut être centrée aussi bien au point $-n_a\bar{y}$ que $-n_A\bar{x}$, au même ordre d'approximation*. Le choix que nous faisons (eq.(II.30)) est guidé par le fait que le nuage D est déjà centré au point $-n_a\bar{y}$. Portons ce résultat dans l'équation (II.29) qui devient,

$$F(\bar{x},\bar{y}) \;=\; O(\bar{x},\bar{y})\ \ f(\bar{x},\bar{y}) \qquad , \tag{II.31}$$

avec

$$O(\bar{x},\bar{y}) = \int d\overline{R_a}\ d\overline{R_b}\ G(\lambda_b\,,\ \overline{R_b}+n_a\bar{y})\ G(\lambda_a\,,\ \overline{R_a}-n_B\bar{y})\ G(\lambda_a\,,\ \overline{R_a}-n_b\bar{x})\ G(\lambda_b\,,\ \overline{R_b}+n_A\bar{x})\ , \tag{II.32}$$

et,

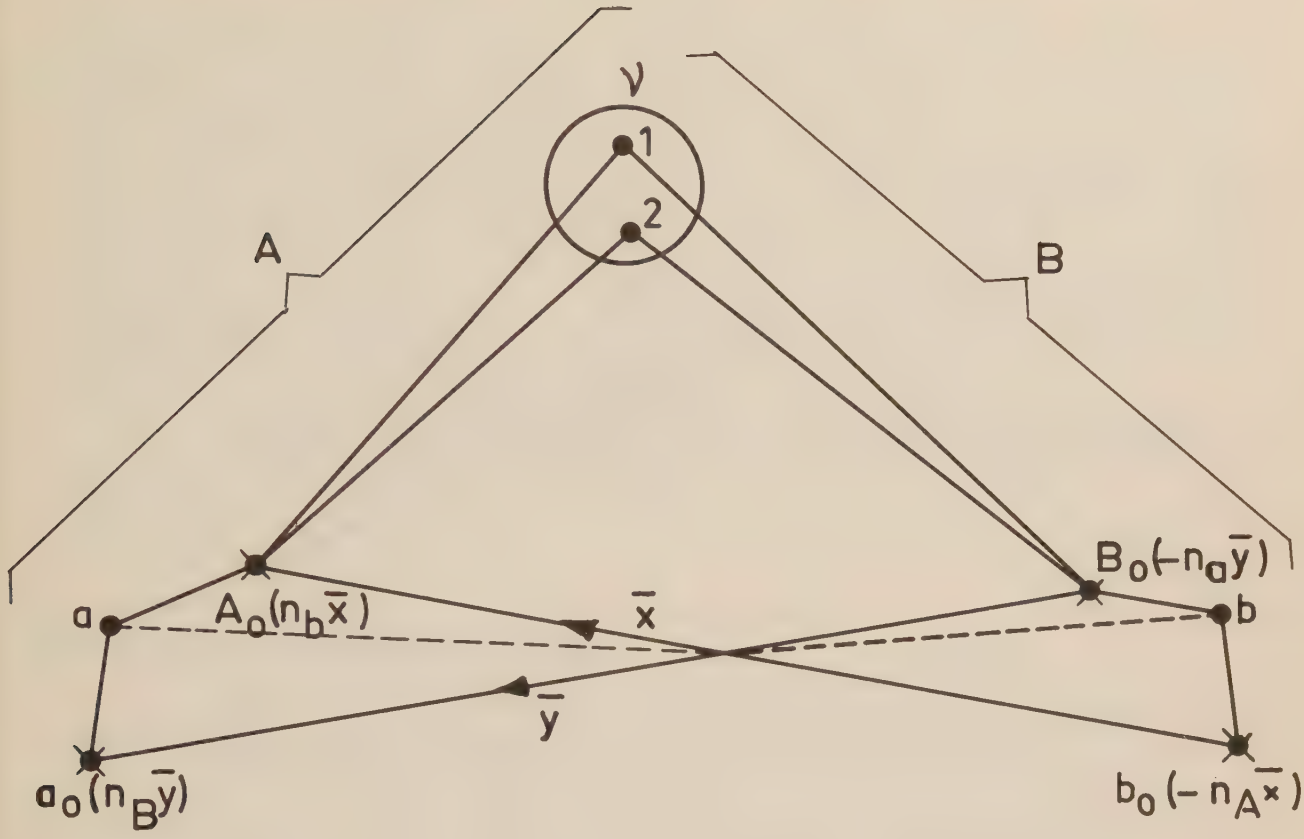
$$f(\bar{x},\bar{y}) \;=\; \langle o \,|\hat{D}(-n_a\bar{y})\ U(-n_a\bar{y})\ \hat{C}^+(n_b\bar{x})\,|o\rangle \qquad . \tag{II.33}$$

---

* Insérer le projecteur (II.30a) centré en $-n_a\bar{y}$ à droite de $\eta_\alpha^+\eta_\beta$, ou bien le centrer en $-n_a\bar{x}$ et l'insérer à gauche de $\eta_\alpha^+\eta_\beta$ dans (II.30).

b(A,a)B

$A = a+\nu$, $B = b+\nu$



$$T_{fi} = \int d\bar{x}\, d\bar{y}\; g_i(\bar{x})\, g_f^*(\bar{y})\, f(n_a\bar{y}+n_b\bar{x})\; O(\bar{x},\bar{y})$$

Figure II-2

Description de l'amplitude de transition. Le facteur de forme dépend du vecteur $n_a\bar{y} + n_b\bar{x}$ qui repère la distance entre les centres de modèles en couches A_o et B_o pour les noyaux A et B : $\overline{B_oA_o} = n_a\bar{y} + n_b\bar{x}$. Le recouvrement des coeurs $O(\bar{x},\bar{y})$ est le produit de deux intégrales (Eq. II-32). La première représente le recouvrement des mouvements du centre de masse a du coeur a :

1) autour du centre de modèle en couches A_o lorsque a est lié aux particules transférées ν dans le projectile A (voie d'entrée),

2) et autour de son propre centre de modèle en couches a_o lorsque a est la particule éjectée (voie de sortie).

La seconde intégrale est semblable et tient compte des mouvements du centre de masse du coeur b autour de B_o et b_o .

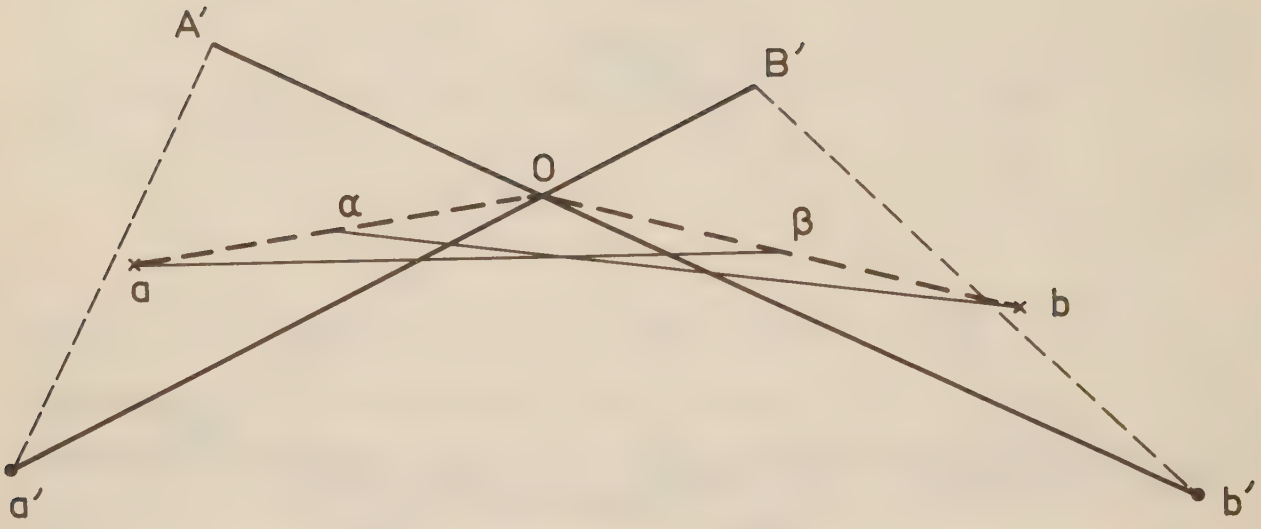


Figure II-3

Relation physique entre $\bar{x} = \overline{b'A'}$, $\bar{y} = \overline{B'a'}$, $\bar{X} = \overline{b\,\alpha}$, $\bar{Y} = \overline{\beta\,a}$. Les centres de modèles en couches A', b' pour la voie d'entrée, a', B' pour la voie de sortie ont été définis dans la Figure II-1. A cause de l'approximation des coeurs inertes, le coeur a de A a un mouvement Os du centre de masse autour du centre de modèle en couches A', ceci si l'on se place dans la voie d'entrée. Ainsi la contribution principale à l'équation (II.32) est obtenue lorsque le coeur a est environ à mi chemin entre les centres de modèles en couches initiaux et finaux A' et a'. Un résultat analogue est valable pour b . Les positions α et β sont définies par les équations (II.35). Les rapports de masse utilisés dans cette figure sont $m_A = m_B = 2m_a = 2m_b = 2m_\nu$. Ce cas n'est pas réaliste mais a été choisi pour rendre la figure lisible : dans les cas physiques ($m_\nu << m_a \approx m_b$) , la plupart des vecteurs de la figure deviennent pratiquement parallèles.

L'opérateur U est défini par

$$U(-n_a\bar{y}) = \sum_{\gamma\delta} \eta^+_\delta \eta_\gamma \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\delta | v | \beta\gamma \rangle \rho^{(b)}_{\alpha\beta}(-n_a\bar{y}) \quad . \qquad (II.34)$$

Cet opérateur à un corps n'est autre que le potentiel Hartree-Fock engendré par le coeur b . Ce résultat est équivalent à celui que nous avons montré dans le premier chapitre (section I.2 et eq.(I.11)). La quantité f est un facteur de forme réduit où n'apparaissent que les états du nuage de particules transférées dans chacune des voies. C'est l'élément de matrice de l'opérateur U à un corps entre deux déterminants de Slater. Remarquons que le facteur de forme f n'est fonction que du vecteur $n_a\bar{y} + n_b\bar{x}$ qui repère la distance entre les centres de modèles en couches des noyaux A et B.

Enfin la fonction O représente le recouvrement entre coeurs en fonction de $\bar{x}$ et de $\bar{y}$ (voir fig.II-2).

7. Etude du recouvrement des coeurs

Pour calculer le recouvrement des coeurs $O(\bar{x},\bar{y})$ par l'intégrale (II.32), définissons les nouvelles variables (voir fig.II-3)

$$\bar{X} = \frac{N_a}{N_A}\overrightarrow{R_a} - \overrightarrow{R_b} \quad , \qquad (II.35)$$

$$\bar{Y} = \overrightarrow{R_a} - \frac{N_b}{N_B}\overrightarrow{R_b} \quad .$$

Le Jacobien du changement de variables est :

$$J = \left(\frac{N_A N_B}{N\nu}\right)^3 \quad . \qquad (II.36)$$

Nous allons voir dans un instant la raison qui nous a conduit à choisir ce changement de variables qui peut paraître a priori à la fois arbitraire et inutile.

Le recouvrement O se met sous la forme d'une intégrale d'un produit de deux gaussiennes et de trois exponentielles :

$$O(\bar{x},\bar{y}) = M \int d\bar{X}\, d\bar{Y}\; G(\lambda_i\ ,\ \bar{x}-\bar{X})\; G(\lambda_f\ ,\ \bar{y}-\bar{Y})$$
$$\times \exp\left\{ \frac{\nu(n_b^2\,\bar{x}^2 + n_a^2\,\bar{y}^2}{2\lambda_1^2} \right\}$$
$$\times \exp\left\{ - \frac{(N+\nu)(N_i\bar{X} - N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\ \lambda_1^2} \right\} \qquad (II.37)$$
$$\times \exp\left\{ - \frac{N_i(n_A-n_b)\bar{X}^2 + N_f(n_B-n_a)\bar{Y}^2}{2\ \lambda_1^2} \right\}$$

où le coefficient M vaut

$$M = J\,\pi^{-3/2}\left(\frac{N_a N_b}{N_A N_B}\right)^{3/4}\Lambda^{-3} \quad . \tag{II.38}$$

Les masses réduites dans les voies d'entrée et de sortie sont N_i et N_f respectivement. Les deux gaussiennes sont précisément celles qui nous permettront de relier les fonctions génératrices $g_i(\bar{x})$ et $g_f(\bar{y})$ aux ondes optiques (cf. Eq. (II.18)). Le choix de notre changement de variables (II.35) était motivé par ce résultat.

Comparons maintenant les coefficients de $\bar{x}^{-2}$ et $\bar{y}^{-2}$ dans la première exponentielle à ceux qui figurent dans les deux gaussiennes. Nous voyons que si

$$\frac{\nu}{N}\frac{N_a}{N_B} \ll 1 \quad , \tag{II.39a}$$

et si,

$$\frac{\nu}{N}\frac{N_b}{N_A} \ll 1 \quad , \tag{II.39b}$$

nous pouvons valablement négliger cette exponentielle devant le produit des deux gaussiennes. Ceci est vrai dans le cas où le nombre de particules transférées est petit devant le nombre total de particules du système et où les masses des coeurs sont du même ordre de grandeur,

$$\begin{aligned} \nu &\ll N \quad , \\ N_a &\sim N_b \quad . \end{aligned} \tag{II.40}$$

La seconde exponentielle est très piquée autour des valeurs telles que $\bar{Y} = \frac{N_i}{N_f}\bar{X}$. Sa longueur caractéristique

$$\lambda = \lambda_1 \Big/ \sqrt{\frac{2(N+\nu)\,N_f^2}{\nu^2}} \tag{II.41}$$

est beaucoup plus petite que λ_1. Nous pouvons donc substituer $\frac{N_i}{N_f}\bar{X}$ à $\bar{Y}$ dans la troisième exponentielle qui devient

$$\exp\left\{\left(-\frac{N_i}{2\lambda_1^2}\right)\left((n_A - n_b) + \frac{N_i}{N_f}\,\frac{N_B - N_a}{N}\right)\bar{X}^{-2}\right\} \quad . \tag{II.42}$$

Elle est négligeable devant la première gaussienne si

$$\frac{N_A - N_b}{N} + \frac{N_i}{N_f}\,\frac{N_B - N_a}{N} \ll 1 \quad , \tag{II.43}$$

ou encore si

$$\frac{\nu}{N}\left\{1 + \frac{N_i}{N_f} + \frac{\nu}{N}\frac{(N_b-N_a)^2}{N\,N_f}\right\} \ll 1 \quad . \tag{II.44}$$

Cette condition est satisfaite si les conditions (II.40) sont elles mêmes vérifiées. Nous nous plaçons désormais dans ce cas et nous écrivons le recouvrement des coeurs en négligeant la première et la troisième exponentielle.

$$O(\bar{x},\bar{y}) = M \int d\bar{X}\, d\bar{Y}\; G(\lambda_i, \bar{x}-\bar{X})\, G(\lambda_f, \bar{y}-\bar{Y}) \exp\left\{-\frac{(N+\nu)(N_i\bar{X} - N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\,\lambda_1^2}\right\} . \tag{II.45}$$

Il est, bien entendu, possible d'effectuer exactement ces intégrales sur $\bar{X}$ et sur $\bar{Y}$. L'avantage de la transformation (II.35) réside dans le fait que nous avons introduit les deux gaussiennes nécessaires pour le retour aux ondes optiques (cf. eq.(II.18)).

8. Calcul de T_{fi} en fonction des ondes optiques

Reportons dans l'expression (II.22) de l'amplitude de transition, les résultats que nous avons obtenus pour $F(\bar{x},\bar{y})$ (eq.(II.31)) dans les deux sections précédentes : facteur de forme (II.33) et recouvrement des coeurs (II.45). Il vient :

$$\begin{aligned} T_{fi} \simeq & \int d\bar{x}\, d\bar{y}\; g_f^*(\bar{y})\, g_i(\bar{x})\, \langle O|\hat{D}(-n_a\bar{y})\, U_b(-n_a\bar{y})\, \hat{C}^+(n_b\bar{x})|O\rangle \;\times \\ & \times M \int d\bar{X}\, d\bar{Y}\; G(\lambda_i, \bar{x}-\bar{X})\, G(\lambda_f, \bar{y}-\bar{Y}) \exp\left(-\frac{(N+\nu)(N_i\bar{X} - N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\lambda_1^2}\right) . \end{aligned} \tag{II.46}$$

Commutons les intégrales sur $\bar{x}$ et $\bar{y}$ avec celles sur $\bar{X}$ et $\bar{Y}$,

$$\begin{aligned} T_{fi} \simeq & M \int d\bar{X}\, d\bar{Y} \exp\left(-\frac{(N+\nu)(N_i\bar{X} - N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\lambda_1^2}\right) \\ & \times \int d\bar{y}\; g_f^*(\bar{y})\, G(\lambda_f, \bar{y}-\bar{Y}) \int d\bar{x}\; g_i(\bar{x})\, G(\lambda_i, \bar{x}-\bar{X})\; f(n_a\bar{y} + n_b\bar{x}) \;, \end{aligned} \tag{II.47}$$

où nous avons changé de notation pour le facteur de forme en utilisant son invariance par translation

$$\langle O|\hat{D}(-n_a\bar{y})\, U_b(-n_a\bar{y})\, \hat{C}^+(n_b\bar{x})|O\rangle = \langle O|\hat{D}\, U_b\, \hat{C}^+(n_a\bar{y} + n_b\bar{x})|O\rangle = f(n_a\bar{y} + n_b\bar{x}) \quad . \tag{II.48}$$

En l'absence du facteur de forme, les intégrales sur $\bar{x}$ et $\bar{y}$ peuvent s'effectuer exactement et redonnent les ondes optiques $\chi_i^{(+)}$ et $\chi_f^{(-)*}$ (cf. eq. (II.18)). Dans le cas où nous nous sommes placés dans la section 7 pour étudier le recouvrement des coeurs, transfert entre ions suffisamment lourds et de masses comparables, les portées λ_i et λ_f des deux gaussiennes sont grandes devant celle du facteur de forme. Aussi nous substituons sans plus de justification $\bar{X}$ à $\bar{x}$ et $\bar{Y}$ à $\bar{y}$ dans $f(n_a\bar{y}+ n_b\bar{x})$ et ainsi nous obtenons :

$$T_{fi} \simeq M \int d\bar{X}\, d\bar{Y}\, \chi_f^{(-)*}(\bar{Y})\, \chi_i^{(+)}(\bar{X})\, f(n_a\bar{Y}+ n_b\bar{X})\, \exp\left(- \frac{(N+\nu)(N_i\bar{X} - N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\lambda_1^2}\right) . \qquad \text{(II.49)}$$

La portée de l'exponentielle restante, en $\bar{Y}$ par exemple, est beaucoup plus petite que celle de l'onde optique et que celle du facteur de forme (cf. section 7). Remplaçons $\bar{Y}$ par $(N_i/N_f)\bar{X}$ dans le facteur de forme et l'onde optique $\chi_f^{(-)}(\bar{Y})$,

$$T_{fi} \simeq M \int d\bar{X}\, \chi_f^{(-)*}\left(\frac{N_i}{N_f}\bar{X}\right) f\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right) \chi_i^{(+)}(\bar{X}) \int d\bar{Y}\, \exp\left(- \frac{(N+\nu)(N_i\bar{X} - N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\lambda_1^2}\right) . \qquad \text{(II.50)}$$

Soit, après intégration sur $\bar{Y}$

$$T_{fi} \simeq N \int d\bar{X}\, \chi_f^{(-)*}\left(\frac{N_i}{N_f}\bar{X}\right) f\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right)\, \chi_i^{(+)}(\bar{X}) \quad , \qquad \text{(II.51)}$$

avec

$$N = \left(\frac{N_A}{N_a}\right)^3 \left(\frac{N}{N+\nu}\right)^{3/2} \left(\frac{N_a N_b}{N_A N_B}\right)^{3/4} \quad , \qquad \text{(II.52)}$$

ou encore, sous une forme plus symétrique

$$T_{fi} \simeq N' \int d\bar{X}'\, \chi_f^{(-)*}\left(\frac{N_A}{N_a}\bar{X}'\right)\, f\left(\frac{N+\nu}{N}\bar{X}'\right) \chi_i^{(+)}\left(\frac{N_B}{N_b}\bar{X}'\right) \quad , \qquad \text{(II.53)}$$

avec

$$N' = \left(\frac{N_A N_B}{N_a N_b}\right)^3 \left(\frac{N}{N+}\right)^{3/2} \left(\frac{N_a N_b}{N_A N_B}\right)^{3/4} . \qquad \text{(II.54)}$$

9. Résumé des différentes étapes du calcul

a) Pour chaque voie, nous construisons un ensemble d'états à $N = N_A+N_b$ ($= N_a+N_B$) nucléons qui dépendent d'un indice continu représentant la séparation entre les centres de modèles en couches des deux fragments dans la voie considérée.

Par exemple pour la voie d'entrée (eq.(II.10))

$$\Phi_{\bar{x}} = \mathcal{A}\, \psi_A(n_b \bar{x})\ \psi_b(-n_A \bar{x}) \quad . \tag{II.55}$$

Pour extraire le mouvement du centre de masse autour du centre du modèle en couches, nous supposons une factorisation exacte de la forme (Approximation 1) :

$$\psi_A = \Phi_A^{int}\ G(\lambda_A\ ,\ \overline{R_A} - \langle \overline{R_A} \rangle) \quad . \tag{II.56}$$

b) Nous développons l'onde de diffusion ψ_i

$$\psi_i = \Phi_A^{int}\ \Phi_b^{int}\ \chi_i^{(+)}(\bar{R}_{Ab}) \tag{II.57}$$

sur cette base, soit :

$$\psi_i = \int g_i(\bar{x})\ d\bar{x}\ \Phi_{\bar{x}} \tag{II.58}$$

c) Egalant ces deux expressions de ψ_i , nous en déduisons une relation entre onde optique χ et fonction génératrice g

$$\chi_i^{(+)}(\bar{R}_{Ab}) = \int d\bar{x}\ g_i(\bar{x})\ G(\lambda_i\ ,\ \bar{x} - \bar{R}_{Ab}) \quad . \tag{II.59}$$

d) Nous dérivons alors une expression de l'amplitude de transition à partir des expressions (II.58) des ondes de diffusion dans chacune des voies

$$T_{fi} = \int d\bar{x}\ d\bar{y}\ \ g_f^*(\bar{y})\ g_i(\bar{x})\ F(\bar{x},\bar{y}) \quad , \tag{II.60}$$

avec

$$F(\bar{x},\bar{y}) = \langle o \left| \hat{B}(-n_a \bar{y})\ \hat{a}(n_B \bar{y})\ \forall\ \hat{A}^+(n_b \bar{x})\ \hat{b}^+(-n_A \bar{x}) \right| o \rangle \quad . \tag{II.61}$$

e) Dans F , nous séparons les contributions des coeurs et nuages. Nous négligeons ainsi l'antisymétrisation entre coeurs et des coeurs avec le fragment transféré. Seuls sont gardés les termes d'échange dus au potentiel à deux corps V qui interviennent dans le calcul (Approximation 2).

$$F(\bar{x},\bar{y}) = \sum_{\alpha\beta} \langle o | \hat{b}(-n_a\bar{y})\ \eta_\alpha^+\eta_\beta\ \hat{b}^+(-n_A\bar{x}) | o \rangle \langle o | \hat{a}(n_B\bar{y})\ \hat{a}^+(n_b\bar{x}) | o \rangle \times \sum_{\gamma\delta} \langle o | \hat{D}(-n_a\bar{y})\ \eta_\delta^+\eta_\gamma\ \hat{c}^+(n_b\bar{x}) | o \rangle \langle \alpha\delta | v | \beta\gamma \rangle \quad . \tag{II.62}$$

f) Le premier élément de matrice de F est approché par (Approximation 3)

$$\langle o | \hat{b}(-n_a\bar{y})\ \eta_\alpha^+\eta_\beta\ \hat{b}^+(-n_A\bar{x}) | o \rangle \approx \langle o | \hat{b}(-n_a\bar{y})\ \hat{b}^+(-n_A x) | o \rangle\ \rho_{\alpha\beta}^{(b)}(-n_a\bar{y}) \quad . \tag{II.63}$$

L'expression (II.61) de F se met sous la forme d'un produit d'une contribution des coeurs et d'un facteur de forme contenant toute l'information spectroscopique,

$$f(n_a\bar{y} + n_b\bar{x}) = \langle o | \hat{D}(-n_a\bar{y})\ U_b(-n_a\bar{y})\ \hat{c}^+(n_b\bar{x}) | o \rangle \quad , \tag{II.64}$$

où U_b est le potentiel Hartree-Fock à un corps engendré par le coeur b

$$U_b(-n_a\bar{y}) = \sum_{\gamma\delta} \eta_\delta^+\eta_\gamma \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\delta | v | \beta\gamma \rangle\ \rho_{\alpha\beta}^{(b)}(-n_a\bar{y}) \quad . \tag{II.65}$$

g) Pour évaluer le recouvrement des coeurs, nous effectuons le changement de variables

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{N_a}{N_A}\overline{R_a} - \overline{R_b} \quad , \\ \bar{Y} &= \overline{R_a} - \frac{N_b}{N_B}\overline{R_b} \quad . \end{aligned} \tag{II.66}$$

L'expression (II.37) qui en résulte est exacte et fait apparaître les gaussiennes reliant les ondes optiques aux fonctions génératrices (eq.(II.18)). Nous négligeons enfin deux des exponentielles intervenant dans cette expression (Approximation 4) et nous obtenons

$$O(\bar{x},\bar{y}) = M \int d\bar{X}\ d\bar{Y}\ G(\lambda_i, \bar{x}-\bar{X})\ G(\lambda_f, \bar{y}-\bar{Y})\ \exp\left(-\frac{(N+\nu)(N_i\bar{X} - N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\lambda_i^2}\right) . \tag{II.67}$$

Cette approximation n'est justifiée que si

$$\begin{aligned} \nu &\ll N \quad , \\ N_a &\sim N_b \quad . \end{aligned} \tag{II.68}$$

h) L'amplitude de transition prend la forme

$$T_{fi} = M \int d\bar{X}\, d\bar{Y}\, \exp\left(-\frac{(N+\nu)(N_i\bar{X} - N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\lambda_1^2}\right) \times \int d\bar{x}\, d\bar{y}\, g_i(\bar{x})\, g_f^*(\bar{y})\, G(\lambda_i, \bar{x}-\bar{X})\, G(\lambda_f, \bar{y}-\bar{Y})\, f(n_a\bar{y} + n_b\bar{x}) \quad . \tag{II.69}$$

Nous substituons $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ à $\bar{x}$ et $\bar{y}$ dans le facteur de forme (Approximation 5). L'intégration sur $\bar{x}$ et $\bar{y}$ est alors immédiate (eq.(II.18))

$$T_{fi} \simeq M \int d\bar{X}\, d\bar{Y}\, \chi_f^{(-)*}(\bar{Y})\, \chi_i^{(+)}(\bar{X})\, f(n_a\bar{Y} + n_b\bar{X})\, \exp\left(-\frac{(N+\nu)(N_i\bar{X} - N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\lambda_1^2}\right) \quad . \tag{II.70}$$

i) Si enfin nous tenons compte de la courte portée en $\bar{Y}$ de l'exponentielle restante (Approximation 6), nous pouvons réduire le nombre d'intégrales et nous obtenons

$$T_{fi} \simeq N \int d\bar{X}\, \chi_f^{(-)*}\left(\frac{N_i}{N_f}\bar{X}\right)\, \chi_i^{(+)}(\bar{X})\, f\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right) \quad . \tag{II.71}$$

10. Analyse de la structure de l'amplitude de transition

Reprenons l'expression (II.53) de l'amplitude de transition :

$$T_{fi} \simeq N' \int d\bar{X}'\, \chi_f^{(-)*}\left(\frac{N_A}{N_a}\bar{X}'\right)\, \chi_i^{(+)}\left(\frac{N_B}{N_b}\bar{X}'\right)\, f\left(\frac{N+\nu}{N}\bar{X}'\right) \quad , \tag{II.72}$$

avec

$$f\left(\frac{N+\nu}{N}\bar{X}'\right) = \langle O | \hat{D}\, U_b\, \hat{C}^+\left(\frac{N+\nu}{N}\bar{X}'\right) | O \rangle \quad , \tag{II.73}$$

où U_b est le potentiel Hartree-Fock de la cible.

a) A part la translation $\frac{N+\nu}{N}\bar{X}'$, le facteur de forme est l'élément de matrice de l'opérateur à un corps U_b entre des fonctions d'onde du modèle en couches telles qu'on peut les trouver dans la littérature. Aucune hypothèse simplificatrice n'est nécessaire sur la structure interne du fragment transféré : la transformation de Moshinsky n'est pas utilisée. Au chapitre suivant, nous verrons les détails techniques permettant le calcul de f pour un nombre quelconque de particules transférées. Signalons dès maintenant que pour les fonctions d'onde des états à une particule, nous utiliserons celles données par un puits de Woods-Saxon.

b) Dans ce chapitre nous avons utilisé l'approximation prior. Dans le cas de l'approximation post, l'amplitude de transition sous la forme (II.72) reste inchangée et f s'écrit :

$$f\left(\frac{N+\nu}{N}\,\bar{X}'\right) = \langle o\,|\hat{D}\,U_a\left(\frac{N+\nu}{N}\,\bar{X}'\right)\,\hat{C}^+\left(\frac{N+\nu}{N}\,\bar{X}'\right)\,|o\rangle \quad , \tag{II.74}$$

où maintenant U_a est le potentiel Hartree-Fock du coeur a du projectile A .

c) Décomptons le nombre d'intégrales vectorielles à effectuer pour obtenir l'amplitude de transition : il y en a ν pour le facteur de forme et une sur $\bar{X}'$ soit $\nu+1$. Dans les expressions usuelles de l'amplitude de transition (telle que (I.9)), il faut calculer l'intégrale double vectorielle sur $\overline{R_{Ab}}$ et $\overline{R_{a\nu}}$ et implicitement $\nu-1$ correspondant à la structure interne du fragment transféré. Nous obtenons donc exactement le même nombre. En fait, nous avons fait une intégration supplémentaire sur $\bar{Y}$ dans la section 8. Pour en comprendre l'origine, reprenons ce calcul :

i) la substitution de $\frac{N_i}{N_f}\bar{X}$ à $\bar{Y}$ dans $\chi_f^{(-)}(\bar{Y})$ (Approximation 6) est justifiée à cause de la courte portée en $\bar{Y}$ de la gaussienne

$$e^{-\frac{(N+\nu)(N_i\bar{X}-N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\lambda_1^2}}$$

ii) Reste à évaluer l'intégrale

$$\int d\bar{Y}\ \exp\left(-\frac{(N+\nu)(N_i\bar{X}-N_f\bar{Y})^2}{\nu^2\lambda_1^2}\right) \quad . \tag{II.75}$$

iii) Avec les définitions (II.35) de $\bar{X}$ et de $\bar{Y}$, calculons $N_i\bar{X}-N_f\bar{Y}$ en fonction de $\bar{R} = (N_a\overline{R_a} + N_b\overline{R_b} + \nu\overline{R_\nu})/N$ et de $\overline{R_\nu}$, il vient,

$$\int d\bar{Y}\ \exp\left(-\frac{N(1+\frac{\nu}{N})\ (\bar{R}-\frac{\nu}{N}\,\overline{R_\nu})^2}{\lambda_1^2}\right) \quad . \tag{II.76}$$

iv) Tout au long du calcul nous avons fait des approximations à l'ordre $\frac{\nu}{N}$; de là, la présence de ces termes dans (II.76). Si nous les négligeons, l'exponentielle devient : $\exp\left(-\frac{NR^2}{\lambda_1^2}\right)$, c'est-à-dire, à un facteur de normalisation près, le carré du mouvement du centre de masse totale du système.

Comme nous avions introduit explicitement le mouvement du centre de masse totale dans les ondes de diffusion (eq.(II.14)), nous devions nous attendre

à une intégration sur ce mouvement. A l'ordre $\frac{\nu}{N}$, c'est l'intégration sur $\bar{Y}$.

d) Avant cette substitution ($\bar{Y} \to (N_i/N_f)\,\bar{X}$) , le facteur de forme dépend de la variable $n_a\bar{Y} + n_b\bar{X}$, réexprimons ce vecteur en fonction de $\overline{R_a}$, $\overline{R_b}$ puis $\overline{R_A}$, $\overline{R_B}$, $\overline{R_\nu}$, à l'aide des définitions (II.35) de $\bar{X}$ et de $\bar{Y}$,

$$n_a\bar{Y} + n_b\bar{X} = \frac{N_a}{N_A}\overline{R_a} - \frac{N_b}{N_B}\overline{R_b} = \overline{R_A} - \overline{R_B} + \frac{N_B - N_A}{N_A N_B}\,\nu\,\overline{R_\nu} \quad . \qquad \text{(II.77)}$$

Comme le facteur de forme est l'élément de matrice d'un opérateur à un corps entre deux fonctions d'onde du modèle en couches, il doit dépendre de la distance entre les centres de ces deux modèles en couches qui est égale en moyenne à $\overline{R_A} - \overline{R_B}$. Le terme supplémentaire que nous obtenons dans l'équation (II.77) provient de l'approximation 4 . Puisque celle-ci suppose les noyaux A et B de masses comparables, N_A et N_B sont voisins et, conformément à nos hypothèses, le terme $((N_B - N_A)/N_A N_B)\,\nu\,\overline{R_\nu}$ est négligeable. Le facteur de forme dépend bien du vecteur $\overline{R_A} - \overline{R_B}$.

e) Sous la forme (II.70), après avoir fait les approximations 1 à 5, l'amplitude de transition se présente donc sous la forme d'une intégrale sur $\bar{X}$ et sur $\bar{Y}$. Les ondes optiques dans chacune des voies dépendent exactement de $\bar{X}$ et de $\bar{Y}$. Comme elles sont données par résolution de l'équation de Schrödinger qui s'exprime en fonction de la distance entre les centres de masse, nous pouvons réinterpréter $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ comme

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \overline{R_A} - \overline{R_b} \\ \bar{Y} &= \overline{R_a} - \overline{R_B} \quad . \end{aligned} \qquad \text{(II.78)}$$

Le facteur de forme dépend alors exactement de $n_a\bar{Y} + n_b\bar{X} = \overline{R_A} - \overline{R_B}$ et la gaussienne restante de $\bar{R} - \overline{R_\nu}$. Le fait qu'elle soit de très courte portée indique que le transfert est favorisé lorsque le centre de masse du fragment transféré est au voisinage du centre de masse totale du système. Remarquons que ce résultat découle de l'approximation 4 qui suppose les coeurs de masses comparables. S'il en est bien ainsi, ce résultat n'a physiquement rien de surprenant. Par contre si l'approximation 4 n'est pas vérifiée, cas de coeurs de masses trop inégales, le centre de masse totale du système peut se trouver à l'intérieur du coeur le plus lourd pour des distances d'approche voisines de la somme des

rayons des ions en présence. Comme le transfert procède d'une réaction de surface, il ne peut se produire "à l'intérieur de l'un des ions". Si nous utilisons malgré tout l'approximation 4, nous devons nous attendre à des défauts de normalisation des distributions angulaires dépendant de l'énergie de la réaction. En effet, une augmentation de l'énergie de la réaction entraîne classiquement une diminution de la distance d'approche. Par suite le centre de masse totale, c'est-à-dire le point où le transfert est privilégié par l'approximation $N_a \sim N_b$, pénètre de plus en plus dans l'ion le plus lourd.

En regard de cette discussion, l'approximation 6 ($N_i\bar{X} = N_f\bar{Y}$) n'est pas fondamentale, elle utilise simplement la courte portée de la gaussienne figurant dans (II.39) et provenant de l'approximation 4 .

f) Dans le cas du transfert d'une particule, l'amplitude de transition que nous avons obtenue se ramène à celle de Tobocman[7,25]. Les seules différences résident dans la constante de normalisation N (voir section 8) et l'approximation sur le recul. Cette similitude apparente des amplitudes de transition s'observe sur leur expression finale et laisse entière l'originalité de notre formalisme. Dans les calculs "à la Tobocman", le recul est négligé dans l'une ou l'autre des voies. La condition de validité s'écrit $\nu/N_{i,f} \ll 1$ où $N_{i,f}$ est la masse réduite dans la voie considérée. Dans notre cas, le nucléon transféré est placé au centre de masse des coeurs et ainsi, l'approximation sur le recul est répartie au mieux entre les deux voies. C'est une approximation à l'ordre $\frac{\nu}{N}$. De plus une partie de cette approximation est compensée par la constante de normalisation qui inclut des effets provenant du recouvrement des coeurs.

Des calculs faits par De Vries[36] avec un code de portée finie effectuant exactement l'intégrale double (eq.(I.9)) ont mis en évidence l'importance des effets de recul[37]. Une approximation sur le recul induit des règles de sélection supplémentaires et néglige un certain nombre de termes dans l'amplitude de transition. De Vries a montré que si ces termes sont bien négligeables à basse énergie (au voisinage et peu au-dessus de la barrière coulombienne), à plus haute énergie ils ne le sont plus et il est nécessaire de les inclure pour reproduire correctement la forme des distributions angulaires.

11. Section efficace totale et différentielle

Dans les sections précédentes, nous avions volontairement omis d'écrire les moments angulaires. Nous allons donner l'expression de la section efficace compte tenu des moments angulaires I_A, I_b, I_a, I_B des divers fragments. Supposons que le fragment transféré ait un moment angulaire I dans A et I' dans B :

$$\begin{aligned} \overline{I_A} &= \overline{I} + \overline{I_a} \quad , \\ \overline{I_B} &= \overline{I} + \overline{I_b} \quad . \end{aligned} \tag{II.79}$$

L'amplitude de transition pour la réaction de transfert b(A,a)B s'écrit :

$$T_{fi} = \sum_{MM'} \begin{bmatrix} I_a & I & I_A \\ M_a & M & M_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_b & I' & I_B \\ M_b & M' & M_B \end{bmatrix} N \int d\bar{X}\ \chi_f^{(-)*}\left(\frac{N_i}{N_f}\bar{X}\right)\ f\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right)\ \chi_i^{(+)}(\bar{X}) \quad , \tag{II.80}$$

avec

$$f\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right) = \left\langle I'M' \middle| V \middle| I\ M\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right)\right\rangle \quad . \tag{II.81}$$

Les symboles entre crochets sont les coefficients de Clebsch-Gordan[38]. Nous montrerons dans le chapitre suivant que f peut se mettre sous la forme (cf. eq.(III.51)) :

$$f\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right) = (-)^{I'+M'} \sum_K \begin{bmatrix} I & I' & K \\ M & -M' & M \end{bmatrix} G_{II'}^{KM}\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right) \tag{II.82}$$

où G est de la forme

$$G_{II'}^{KM} = \frac{\sqrt{4\pi}}{2K+1}\ Y_K^{M*}(\hat{X})\ A_{II'}^{K}\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right) \quad . \tag{II.83}$$

Après sommation sur les états finaux et moyenne sur les états initiaux, la section efficace différentielle est donnée par

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{N_i N_f}{(2\pi\hbar^2)^2}\ \frac{k_f}{k_i}\ \frac{2I_B+1}{2I_a+1}\ \frac{1}{(2I+1)(2I'+1)}\ \sum_K \sigma_{II'}^{K}(\theta) \quad , \tag{II.84}$$

avec

$$\sigma_{II'}^{K}(\theta) = \sum_M \left| T_{II'}^{KM} \right|^2 \quad , \tag{II.85}$$

et

$$T_{II'}^{KM} = N \int d\bar{X}\ \chi_i^{(+)}(\bar{X})\ \chi_f^{(-)*}\left(\frac{N_i}{N_f}\bar{X}\right)\ G_{II'}^{KM}\left(\frac{N+\nu}{N}\frac{N_b}{N_B}\bar{X}\right) \quad . \tag{II.86}$$

Explicitons cette dernière formule à l'aide des développements multipolaires des

ondes optiques :

$$\chi_i^{(+)}(\vec{X}) = 4\pi \sum_{\ell_i} (i)^{\ell_i} \varphi_{\ell_i}(X) / (k_i X) \sum_{m_i} Y_{\ell_i}^{m_i}(\hat{X})\, Y_{\ell_i}^{m_i *}(\hat{k}_i) \quad ,$$

$$\chi_f^{(-)*}\left(\frac{N_i}{N_f}\vec{X}\right) = 4\pi \sum_{\ell_f} (-i)^{\ell_f} \varphi_{\ell_f}^{*}\left(\frac{N_i}{N_f} X\right) / \left(\frac{N_i}{N_f} k_f X\right) \sum_{m_f} Y_{\ell_f}^{m_f *}(\hat{X})\, Y_{\ell_f}^{m_f}(\hat{k}_f) \quad . \tag{II.87}$$

Choisissons l'axe Oz suivant k_f et reportons ces développements dans (II.86),

$$T_{II'}^{KM} = \frac{4\pi}{\sqrt{2K+1}} \frac{N}{k_i k_f} \frac{N_f}{N_i} \sum_{\ell_i \ell_f} (2\ell_i+1)(2\ell_f+1) \begin{pmatrix} \ell_f & K & \ell_i \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_f & K & \ell_i \\ 0 & M & -M \end{pmatrix} (i)^{\ell_i - \ell_f}$$

$$\times (-)^M \frac{\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2\ell_i+1}} Y_{\ell_i}^{M*}(\hat{k}_i) \int dX\, \varphi_{\ell_f}^{*}\left(\frac{N_i}{N_f} X\right) A_{II'}^{K}\left(\frac{N+\nu}{N} \frac{N_b}{N_B} X\right) \varphi_{\ell_i}(X) \quad . \tag{II.88}$$

Pour alléger l'écriture, nous posons

$$\mathcal{J}_{\ell_f \ell_i}^{II'K} = (i)^{\ell_i - \ell_f} (2\ell_i+1)(2\ell_f+1) \begin{pmatrix} \ell_f & K & \ell_i \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \int dX\, \varphi_{\ell_f}^{*}\left(\frac{N_i}{N_f} X\right) A_{II'}^{K}\left(\frac{N+\nu}{N} \frac{N_b}{N_B} X\right) \varphi_{\ell_i}(X) \tag{II.89}$$

alors,

$$T_{II'}^{KM} = \frac{4\pi}{\sqrt{2K+1}} \frac{N}{k_i k_f} \frac{N_f}{N_i} \sum_{\ell_i \ell_f} (-)^M \frac{\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2\ell_i+1}} Y_{\ell_i}^{M*}(\hat{k}_i)\, \mathcal{J}_{\ell_f \ell_i}^{II'K} \begin{pmatrix} \ell_f & K & \ell_i \\ 0 & M & -M \end{pmatrix} \quad . \tag{II.90}$$

La section efficace totale devient :

$$\sigma = \frac{N_i N_f}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \frac{2I_B+1}{2I_a+1} \frac{1}{(2I+1)(2I'+1)} \sum_K \sigma_{II'}^K \quad , \tag{II.91}$$

où

$$\sigma_{II'}^K = \int d\Omega\ \sigma_{II'}^K(\theta,\varphi)$$

$$= \frac{4\pi}{2K+1} \left(\frac{N}{k_i k_f} \frac{N_f}{N_i}\right)^2 \sum_{\ell_i \ell_f} \frac{4\pi}{(2\ell_i+1)(2\ell_f+1)} \mathcal{J}_{\ell_f \ell_i}^2 \quad . \tag{II.92}$$

Dans le cas d'un projectile et d'une cible de moment angulaire nul, nous avons $I_A = I_b = 0$, $I_B = I'$ moment angulaire de l'état final excité dans le noyau résiduel et enfin $I_a = I$. La section efficace différentielle devient

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{N_i N_f}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \frac{1}{(2I+1)^2} \sum_K \sigma_{II'}^K(\theta) \quad . \tag{II.93}$$

A 1	Factorisation du centre de masse d'une fonction d'onde du modèle en couches de la forme $\Psi_A = \Phi_A^{int} \; G(\lambda_A , \overline{R_A} - \langle \overline{R_A} \rangle)$ avec $\lambda_A = \lambda_1 / \sqrt{N_A}$.
A 2	Factorisation dans le facteur de forme global de la contribution des coeurs et des nuages. Omission de l'antisymétrisation entre coeurs et nuages
A 3	L'opérateur $\eta_\alpha^+ \eta_\beta$ n'excite pas le mouvement du centre de masse du coeur b et les termes suivants sont négligés : $\langle o \vert \hat{b}_{(pt)} (n_A \bar{x} - n_a \bar{y}) \; \eta_\alpha^+ \eta_\beta \; \hat{b}^+ \vert o \rangle \simeq o$
A 4	Dans le recouvrement des coeurs, sont négligés 1) des termes d'ordre ν/N 2) des termes d'ordre $(N_A - N_b)/N$ ou $(N_B - N_a)/N$ (coeurs de masses comparables)
A 5	Facteur de forme suffisamment régulier pour pouvoir substituer les vecteurs physiques $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ aux coordonnées génératrices repérées par $\bar{x}$ et $\bar{y}$.
A 6	Utilisation de la très courte portée en $\bar{Y} - (N_i/N_f)\bar{X}$ pour réduire le nombre des intégrations.

Tableau II-1

Résumé des approximations 1 à 6

Enfin, si la particule éjectée a un spin nul : $I_a = I = 0$:

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{N_i N_f}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \sigma^{I'}_{OI'}(\theta) \quad . \qquad (II.94)$$

12. Discussion et Conclusion

Pour la clarté de la discussion, nous avons reporté les approximations 1 à 6 dans le tableau II-1 .

Dans un premier temps, nous avons défini un facteur de forme global F par une formule complètement microscopique, eq.(II.29). Nous avons du nous limiter à l'antisymétrisation entre nuages pour obtenir un facteur de forme réduit f , eq.(II.48), qui soit aisément calculable. Il est clair que les approximations 1 et 2 sont inévitables dès que l'on veut expliciter la contribution des nuages. L'approximation 3 est d'un usage courant : par exemple le concept même d'orbitale à une particule, qui est le fondement des calculs de modèle en couches, se relie aux données expérimentales seulement si l'on confond le centre de masse totale et l'origine absolue. Nous nous attendons à ce que l'ordre de grandeur des erreurs ainsi introduites soit faible, de l'ordre de $1/N_a$ ou $1/N_b$. Au contraire, nous devons faire une étude précise de la validité de l'approximation 4 sur le recouvrement des coeurs. Nous y reviendrons plus loin. L'approximation 5 est usuelle dans les développements sur des bases de "cluster" et peut être testée par la comparaison du facteur de forme et les propriétés analytiques des fonctions génératrices $g_i^{(+)}$ et $g_f^{(-)}$ (qui peuvent être singulières). L'approximation 6 n'est pas indépendante de l'approximation 4. De celle-ci, il résulte que le transfert est favorisé lorsque le centre de masse du fragment échangé est au voisinage de celui des coeurs. L'approximation 6 ne fait qu'exploiter ce résultat. L'amplitude de transition qui en découle n'est raisonnable que si les fragments sont de masses comparables. C'est précisément la condition de validité de l'approximation 4 .

Le problème de fond qui est sous-jacent à l'approximation 4 est celui du recul. Notre utilisation du formalisme de la coordonnée génératrice avec des paquets d'ondes gaussiens (uniquement pour les centres de masse et non pour la structure interne ou pour les orbites individuelles) est par définition invariant par translation. Les effets dus au recul sont ainsi partiellement inclus dans notre formalisme, mais nous n'avons pas encore pu définir exactement dans quelle mesure. Il suffit que les coeurs soient de masses égales pour que cette approximation soit valable, mais cela est-il impérativement nécessaire ? jusqu'à quel

point ces masses peuvent-elles différer ? L'approximation 4 est encore à l'étude, tant pour préciser ses limites de validité que pour essayer de s'en affranchir. Pour l'instant nous considérons cette approximation comme une nécessaire solution de facilité rendant le calcul de l'amplitude de transition à la fois aussi simple et aussi microscopique que possible.

Nous donnons dans le chapitre suivant une méthode de calcul du facteur de forme réduit à l'aide des techniques de l'algèbre tensorielle.

CHAPITRE III

CALCUL DU FACTEUR DE FORME

Conformément à la discussion des approximations faite aux chapitres I et II , nous ne considérons que le cas où le projectile peut se décrire par une fonction d'onde des particules transférées autour d'un coeur inerte. Ce coeur, dans l'état final, est le fragment éjecté. Dans une réaction du type (^{16}O,^{12}C) sur cible quelconque, la fonction d'onde de l'oxygène se factorise en une fonction d'onde du modèle en couches à quatre particules et la fonction d'onde du carbone 12 dans son état fondamental. Nous ne discuterons pas dans ce chapitre la validité de cette hypothèse.

De même pour la voie de sortie, nous supposons que le noyau résiduel est décrit par une fonction d'onde factorisée en une fonction d'onde des particules transférées liées à la cible, et la fonction d'onde de la cible dans son état fondamental.

Si la fonction d'onde des particules transférées a un moment angulaire I dans la voie de sortie (moment angulaire du noyau résiduel) et I' dans la voie d'entrée (moment angulaire du projectile), le facteur de forme s'écrit,

$$f(\bar{x}) = \langle IM | U | I'M'(\bar{x}) \rangle \quad . \tag{III.1}$$

Le potentiel U est le potentiel Hartree-Fock à un corps de la cible. La notation $|I'M'(\bar{x})\rangle$ signifie que la fonction d'onde des particules transférées est centrée en un point de coordonnée $\bar{x}$ par rapport à la fonction d'onde $|IM\rangle$. Le vecteur $\bar{x}$ est défini par

$$\bar{x} = \frac{N+\nu}{N} \frac{N_b}{N_B} \bar{X} \quad . \tag{III.2}$$

Pour extraire la dépendance angulaire du facteur de forme, nous allons effectuer une rotation sur les axes de coordonnées amenant l'axe de

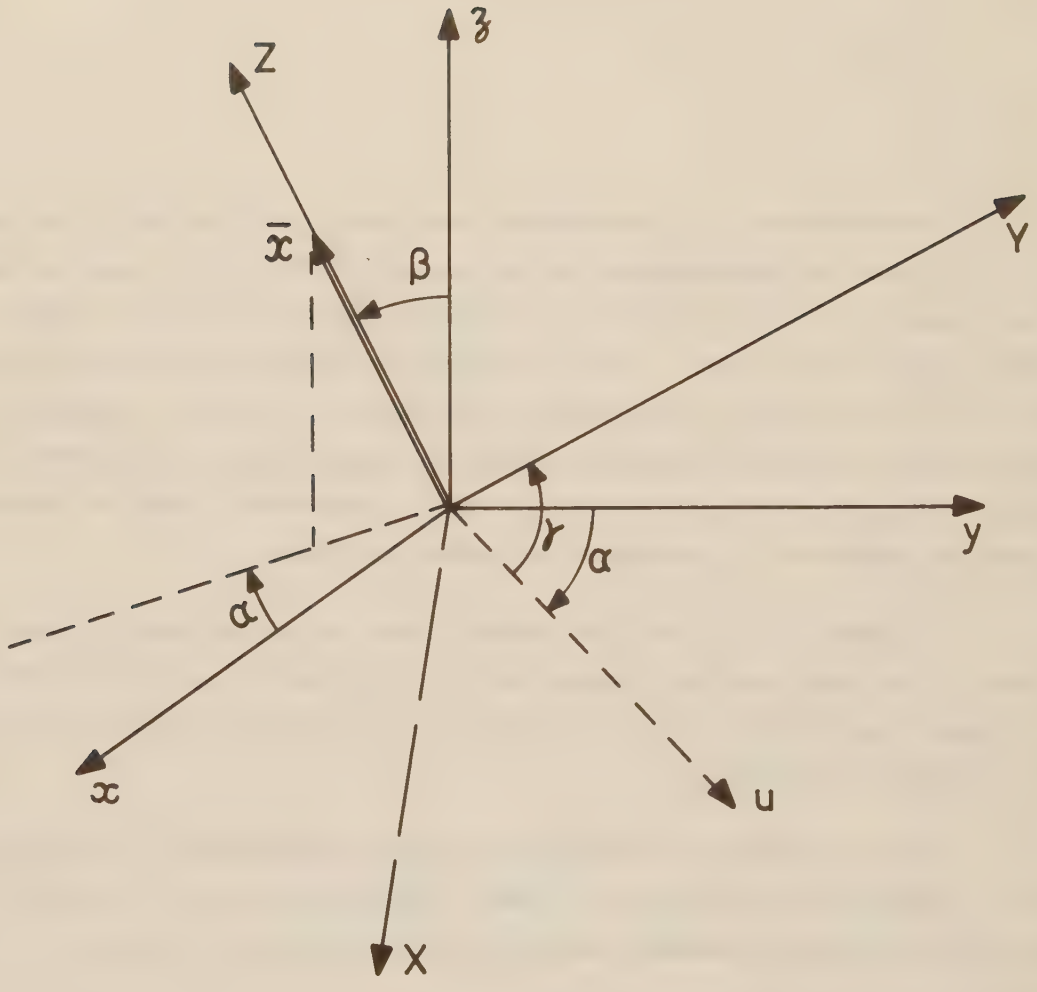


Figure III-1

Angles d'Euler et angles polaires de $\bar{x}$

quantification dans la direction définie par $\bar{x}$. Auparavant, définissons l'opérateur de translation $T(\bar{x})$,

$$T(\bar{x}) \; |I'M'\rangle \; = \; |I'M'(\bar{x})\rangle \qquad . \tag{III.3}$$

Avec cette notation, le facteur de forme devient

$$f(\bar{x}) \; = \; \langle IM | U \; T(\bar{x}) | I'M' \rangle \qquad . \tag{III.4}$$

1 - Rotation des axes

Etant donné le référentiel OXYZ défini de façon que $\bar{x}$ soit sur OZ , la rotation R amenant l'ancien système Oxyz sur OXYZ est caractérisée par les angles d'Euler (α,β,γ) (fig.III-1)

$$R \begin{cases} \alpha = (Oy,Ou) & \text{rotation autour de Oz} \quad (Oy \text{ vient en } Ou) \\ \beta = (Oz,OZ) & \text{rotation autour de Ou} \quad (Oz \text{ vient en } OZ) \\ \gamma = (Ou,OY) & \text{rotation autour de OZ} \quad (Ou \text{ vient en } OY) \end{cases} \tag{III.5}$$

Les angles polaires θ , φ définissant la direction $\hat{x}$ du vecteur $\bar{x}$ dans l'ancien système, sont les angles β et α de la rotation. Le dernier angle γ reste arbitraire.

$$\begin{aligned} \alpha &= \varphi \quad , \\ \beta &= \theta \quad . \end{aligned}$$

L'effet de la rotation sur les fonctions d'onde est donné par

$$|I'M'\rangle_{Oxyz} \; = \; \sum_{m'} R^{I'*}_{M'm'} \; (\varphi,\theta,\gamma) \; |I'm'\rangle_{OXYZ} \qquad , \tag{III.6}$$

où $R^{I'*}_{M'm'}$ est un élément de matrice de rotation [38] . Le facteur de forme s'exprime par

$$f(\bar{x}) \; = \; \sum_{mm'} R^{I}_{Mm} \; (\varphi,\theta,\gamma) \; R^{I'*}_{M'm'} \; (\varphi,\theta,\gamma) \; \langle Im | U \; T(\bar{x}) | I'm' \rangle \qquad . \tag{III.7}$$

L'opérateur U est le champ Hartree-Fock à un corps du noyau cible. Par rapport aux nouveaux axes (OXYZ), $T(\bar{x})$ est la translation suivant l'axe de quantification OZ définie par la longueur $|\bar{x}|$. Nous la noterons soit T , soit $T(\bar{x})$, soit $T(\bar{x} \;//\; OZ)$ suivant le cas et les risques d'ambiguité dans les formules.

Les générateurs infinitésimaux des translations P_j (composantes de l'impulsion totale : $P = \sum_\lambda p_\lambda$) et des rotations J_i (composantes du moment cinétique total : $J = \sum_\mu j_\mu$), par rapport à un même système d'axes de référence, satisfont les relations d'anticommutation suivantes,

$$[J_i, P_j]_- = \sum_{\lambda\mu} [j_{i,\mu}, p_{j,\lambda}]_- = \sum_{\lambda\mu} \delta_{\lambda\mu}\, i\, \varepsilon_{ijk}\, p_{k,\lambda} = i\, \varepsilon_{ijk}\, P_k \quad . \tag{III.8}$$

Il en résulte qu'une translation parallèle à un axe commute avec les rotations autour de cet axe : $[J_i, P_i]_- = 0$. Ainsi dans une translation parallèle à OZ , la projection du moment angulaire sur OZ est conservée, et $T(\bar{x} \,//\, OZ)\,|I'm'\rangle$ est un état propre de I_Z , composante suivant OZ du moment angulaire avec la valeur propre m' .

Dans le cas d'un noyau formé de couches complètes, donc à symétrie sphérique (pour un état correctement antisymétrisé), le potentiel Hartree-Fock U est invariant par rotation. Ce sera aussi le cas si ce potentiel est remplacé par un potentiel central. Dorénavant, nous supposerons U scalaire, que ce soit pour l'une ou l'autre des raisons ci-dessus. Il est alors clair que la projection totale du moment angulaire est conservée, $m = m'$. Utilisons ce résultat et recouplons les éléments de matrice de rotation dans (III.7),

$$f(\bar{x}) = (-)^{M'} \sum_K \begin{bmatrix} I & I' & K \\ M & -M' & \mathcal{M} \end{bmatrix} R^K_{\mathcal{M},0}(\varphi,\theta,\gamma) \sum_m (-)^m \begin{bmatrix} I & I' & K \\ m & -m & 0 \end{bmatrix} \langle Im\,|UT\,|I'm\rangle \quad . \tag{III.9}$$

Le symbole entre crochets représente le coefficient de Clebsch-Gordan usuel $\langle I\ I'\ M\ -M'\,|K\ \mathcal{M}\rangle$ avec la convention de phase de Condon et Shortley [38] . La formule équivalente obtenue en remplaçant l'élément de matrice de rotation par l'harmonique sphérique correspondant élimine l'angle γ superflu :

$$f(\bar{x}) = (-)^{M'} \sum_K \sqrt{\frac{4\pi}{2K+1}} \begin{bmatrix} I & I' & K \\ M & -M' & \mathcal{M} \end{bmatrix} Y^{\mathcal{M}*}_K(\hat{x}) \sum_m (-)^{-m} \begin{bmatrix} I & I' & K \\ m & -m & 0 \end{bmatrix} \langle Im\,|U\,T(\bar{x})\,|I'm\rangle \quad . \tag{III.10}$$

L'élément de matrice restant n'est plus fonction que de la longueur x du vecteur $\bar{x}$.

Nous allons maintenant étudier le cas d'un transfert d'un nucléon, puis, généraliser les formules obtenues au cas du transfert de plusieurs nucléons.

2 - Transfert d'un nucléon

Si les fonctions d'onde du nucléon transféré représentent des états purs à une particule, le facteur de forme devient,

$$f(\bar{x}) = \langle jm | U\, T(\bar{x}) | j'm' \rangle = (-)^{m'} \sum_K \sqrt{\frac{4\pi}{2K+1}} \begin{bmatrix} j & j' & K \\ m & -m' & M \end{bmatrix} Y_K^{M*}(\hat{x}) \times \sum_\mu (-)^{-\mu} \begin{bmatrix} j & j' & K \\ \mu & -\mu & 0 \end{bmatrix} \langle j\mu | U\, T(\bar{x} /\!/ OZ) | j'\mu \rangle . \tag{III.11}$$

L'opérateur $T(\bar{x} /\!/ OZ)$ conserve la projection du moment angulaire ; il est donc toujours possible de l'écrire comme la somme des composantes d'indice magnétique zéro d'opérateurs tensoriels irréductibles de rang quelconque,

$$T(\bar{x} /\!/ OZ) = \sum_\lambda \tau^{\lambda,0} \quad . \tag{III.12}$$

Dans l'ancien repère Oxyz, les composantes $M \neq 0$ interviennent également :

$$T = \sum_K \sum_{M_K} R^K_{M_K,0}(\varphi,\theta,\psi) \left[\tau^{K,M_K}(\bar{x}) \right]_{Oxyz} \quad . \tag{III.13}$$

L'intérêt d'effectuer d'emblée la rotation des axes est évident : la dépendance angulaire du facteur de forme est immédiate (eq.(III.11)), et l'expression (III.12) pour la translation est très facile à manipuler comme nous allons le voir.

L'élément de matrice de $U\, T(\bar{x} /\!/ OZ)$ devient

$$\langle j\mu | U\, T(\bar{x} /\!/ OZ) | j'\mu \rangle = \sum_\lambda \langle j\mu | U\, \tau^{\lambda,0} | j'\mu \rangle \quad .$$

L'opérateur U étant scalaire, il est possible d'appliquer directement le théorème de Wigner-Eckart et nous obtenons

$$\langle j\mu | U\, T(\bar{x} /\!/ OZ) | j'\mu \rangle = (-)^{j'+\mu} \sum_\lambda \begin{bmatrix} j & j' & \lambda \\ \mu & -\mu & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}} \langle j \| U\, \tau^\lambda \| j' \rangle \quad . \tag{III.14}$$

Reportons (III.14) dans l'expression (III.11) du facteur de forme, commutons les sommations sur λ et sur μ, et utilisons la relation d'orthogonalité

des coefficients de Clebsch-Gordan, il vient :

$$f(\bar{x}) = (-)^{j'+m'} \sum_K \frac{\sqrt{4\pi}}{2K+1} \begin{bmatrix} j & j' & K \\ m & -m' & M \end{bmatrix} Y_K^{M*}(\hat{x}) \langle j \| U \tau^K \| j' \rangle \ . \tag{III.15}$$

En l'absence du champ Hartree-Fock U , τ^K n'agissant que dans l'espace orbital, la loi de composition des opérateurs tensoriels irréductibles entraîne

$$\langle j \| \tau^K \| j' \rangle = (-)^{j'+\ell+1/2+K} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} \begin{Bmatrix} j & j' & K \\ \ell' & \ell & 1/2 \end{Bmatrix} \langle \ell \| \tau^K \| \ell' \rangle \ . \tag{III.16}$$

L'opérateur U agissant sur la fonction d'onde $|n\ell jm\rangle$ modifie uniquement la fonction radiale* :

$$\langle \bar{r} | U | n\ell jm \rangle = U_{\ell j}(r) \varphi_{n\ell j}(r) \left[Y_\ell^\mu(\hat{r}) \ |1/2 \ \sigma\rangle \right]^{j,m} \ . \tag{III.17}$$

Ainsi pouvons-nous réinterpréter l'élément de matrice réduit de U τ^K comme celui d'un opérateur n'agissant que sur l'espace orbital: $U_{\ell j} \tau^K$,

$$\langle j \| U \tau^K \| j' \rangle = \langle (\ell s) j \| U_{\ell j} \tau^K \| (\ell' s') j' \rangle \tag{III.18}$$

$$= (-)^{j'+\ell+1/2+K} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} \begin{Bmatrix} j & j' & K \\ \ell' & \ell & 1/2 \end{Bmatrix} \langle \ell \| U_{\ell j} \tau^K(x) \| \ell' \rangle \ .$$

Dans cette dernière équation, l'état $|\ell\rangle$ représente en fait un état où la dégénérescence due au spin est levée par la force spin-orbite :

$$\langle \bar{r} | \ell m \rangle = \varphi_{n\ell j}(r) \ Y_\ell^m(\hat{r}) \ . \tag{III.19}$$

Il reste donc à évaluer l'élément de matrice réduit $\langle \ell \| U_{\ell j} \tau^K \| \ell' \rangle$. Revenons à la définition de τ^K , et écrivons l'élément de matrice de l'opérateur $U_{\ell j} T(\bar{x} \ // OZ)$ entre deux états $|\ell m\rangle$ et $|\ell' m\rangle$ définis par (III.19),

---

* Dans (III.17), nous avons négligé les termes d'échange dus au potentiel Hartree-Fock, nous discuterons de leur importance dans le chapitre suivant.

$$\langle \ell m | U_{\ell j}\, T(\bar{x} /\!/ OZ) | \ell' m \rangle = \sum_K \langle \ell m | U_{\ell j}\, \tau^K | \ell' m \rangle \qquad \text{(III.20)}$$

$$= \sum_K (-)^{\ell'+m} \frac{1}{\sqrt{2K+1}} \begin{bmatrix} \ell & \ell' & K \\ m & -m & 0 \end{bmatrix} \langle \ell \| U_{\ell j}\, \tau^K \| \ell' \rangle \quad .$$

L'inversion de cette formule est immédiate et conduit à :

$$\langle \ell \| U_{\ell j}\, \tau^K \| \ell' \rangle = \sum_m (-)^{\ell'+m} \sqrt{2K+1} \begin{bmatrix} \ell & \ell' & K \\ m & -m & 0 \end{bmatrix} \langle \ell m | U_{\ell j}\, T(\bar{x} /\!/ OZ) | \ell' m \rangle \quad . \qquad \text{(III.21)}$$

Résumons les formules permettant le calcul du facteur de forme

$$f(\bar{x}) = (-)^{j'+m'} \sum_K \frac{\sqrt{4\pi}}{2K+1} \begin{bmatrix} j & j' & K \\ m & -m' & M \end{bmatrix} Y_K^{M*}(\hat{x}) \langle j \| U_{\ell j}\, \tau^K \| j' \rangle , \qquad \text{(III.22)}$$

$$\langle j \| U_{\ell j}\, \tau^K \| j' \rangle = (-)^{j'+\ell+1/2+K} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} \begin{Bmatrix} j & j' & K \\ \ell' & \ell & 1/2 \end{Bmatrix} \langle \ell \| \bar{U}_{\ell j}\, \tau^K \| \ell' \rangle , \qquad \text{(III.23)}$$

$$\langle \ell \| U_{\ell j}\, \tau^K \| \ell' \rangle = \sum_m (-)^{\ell'+m} \sqrt{2K+1} \begin{bmatrix} \ell & \ell' & K \\ m & -m & 0 \end{bmatrix} \langle \ell m | U_{\ell j}\, T(\bar{x} /\!/ OZ) | \ell' m \rangle \quad . \qquad \text{(III.24)}$$

Ce dernier élément de matrice est donné par :

$$\langle \ell m | U_{\ell j}\, T(\bar{x} /\!/ OZ) | \ell' m \rangle = \int r^2\, dr\, d(\cos\theta)\, d\varphi\, \varphi^*_{n\ell j}(r)\, U_{\ell j}(r)\, \varphi_{n'\ell' j'}(r') \times Y_\ell^{m*}(\hat{r})\, Y_{\ell'}^{m}(\hat{r}') \quad , \qquad \text{(III.25)}$$

avec $\bar{r}' = \bar{r} - \bar{x}$.

Dans la sommation sur m (eq.III.24), les termes correspondant à des valeurs opposées de m sont égaux à la phase près $(-)^{\ell+\ell'+K}$. Le terme obtenu pour $m=0$ contient le coefficient $\begin{bmatrix} \ell & \ell' & K \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ qui est nul si $\ell+\ell'+K$ est impair. Il en résulte que seules les valeurs de K telles que $\ell+\ell'+K$ est pair contribuent au facteur de forme dans la sommation sur K (eq.III.22). Le moment angulaire K doit avoir même parité que la somme $\ell+\ell'$.

Il est bon de remarquer ici que les méthodes de l'algèbre tensorielle permettent une généralisation systématique du calcul ci-dessus (qui ne concerne qu'un seul nucléon) au cas d'un transfert de plusieurs nucléons. Jusqu'à maintenant, une analyse microscopique d'un transfert de ν nucléons, avec $\nu > 2$, présuppose en général l'extension de la transformation de Moshinsky à $\nu > 2$ nucléons. Cette extension conduit en principe à des calculs assez encombrants. Comme nous le verrons dans les sections suivantes, la réduction des produits tensoriels que nous rencontrerons pour un nombre quelconque de nucléons transférés apparaît nettement plus simple.

3 - Transfert de deux nucléons

Supposons tout d'abord que les deux nucléons transférés ne sont pas identiques : transfert d'un proton et d'un neutron. Reprenons l'expression générale du facteur de forme,

$$f(\bar{x}) = \langle IM | U\ T(\bar{x}) | I'M' \rangle \quad . \qquad \text{(III.26)}$$

Les fonctions d'onde $|IM\rangle$ et $|I'M'\rangle$ sont des combinaisons linéaires d'états à deux particules autour de coeurs inertes. Le facteur de forme est donc une combinaison linéaire de facteurs de forme où les états de particules sont parfaitement définis, (avec les amplitudes correspondantes des fonctions d'onde) :

$$\begin{aligned} |IM\rangle &= \sum_{p,n}{}' C_{pn} |(j_p, j_n)\ IM\rangle \quad , \\ |I'M'\rangle &= \sum_{p',n'}{}' C_{p'n'} |(j'_p, j'_n)\ I'M'\rangle \quad , \end{aligned} \qquad \text{(III.27)}$$

et

$$f(\bar{x}) = \sum_{pn} \sum_{p'n'}{}' C_{pn}\, C_{p'n'}\, \langle (j_p, j_n)\ IM | U\ T(\bar{x}) | (j'_p, j'_n)\ I'M' \rangle \quad . \qquad \text{(III.28)}$$

Supposons que les fonctions d'onde $|IM\rangle$ et $|I'M'\rangle$ sont des états purs à deux particules, de façon à éviter de garder une sommation qui ne fait qu'alourdir le calcul et n'enlève rien à sa généralité.

Ainsi,

$$f(\bar{x}) = \langle (j_p, j_n)\ IM | U\ T(\bar{x}) | (j'_p, j'_n)\ I'M' \rangle \quad , \qquad \text{(III.29)}$$

ce qui peut s'écrire, après rotation (voir eq.(III.10))

$$f(\bar{x}) = (-)^{M'} \sum_K{}' \frac{\sqrt{4\pi}}{\sqrt{2K+1}} \begin{bmatrix} I & I' & K \\ M & -M' & M \end{bmatrix} Y_K^{M*}(\hat{x}) \sum_m{}' \begin{bmatrix} I & I' & K \\ m & -m & 0 \end{bmatrix} (-)^{-m} \tag{III.30}$$

$$\langle (j_p, j_n)\, I m \,|U\, T(\bar{x} /\!/ OZ)\,|(j_p', j_n')\, I' m \rangle \quad .$$

L'opérateur de translation $T(\bar{x} /\!/ OZ)$ agit sur deux particules, notons le T_2 . Comme il conserve la projection suivant OZ du moment angulaire, nous l'écrivons comme dans la section précédente :

$$T_2(\bar{x} /\!/ OZ) = \sum_K{}' \tau_2^{K,0} \quad , \tag{III.31}$$

et le facteur de forme devient (cf. eq.(III.22))

$$f(\bar{x}) = (-)^{I'+M'} \sum_K{}' \frac{\sqrt{4\pi}}{2K+1} \begin{bmatrix} I & I' & K \\ M & -M' & M \end{bmatrix} Y_K^{M*}(\hat{x}) \,\langle I \,\|U\, \tau_2^K(x)\, \|I' \rangle \quad . \tag{III.32}$$

L'opérateur $T_2(\bar{x} /\!/ OZ)$ est le produit de deux opérateurs de translation agissant l'un sur le proton, l'autre sur le neutron :

$$T_2 = T_1^p \times T_1^n \quad , \tag{III.33}$$

les indices 1 et 2 rappellent simplement les nombres de particules sur lesquelles agissent les opérateurs de translation ; ce ne sont ni des rangs d'opérateurs, ni leurs composantes. Il est possible, comme pour T_2 , de mettre les opérateurs T_1 sous la forme :

$$T_1 = \sum_\lambda \tau_1^{\lambda,0} \quad . \tag{III.34}$$

L'égalité (III.33) entre opérateurs devient

$$\sum_K{}' \tau_2^{K,0} = \sum_{\lambda_p \lambda_n} \tau_1^{\lambda_p,0} \quad \tau_1^{\lambda_n,0} \quad . \tag{III.35}$$

Introduisons l'opérateur tensoriel irréductible de rang K , issu du produit tensoriel des opérateurs $\tau_1^{\lambda_p}$, $\tau_1^{\lambda_n}$

$$\left[\tau_1^{\lambda_p} \otimes \tau_1^{\lambda_n}\right]^{K,O} = \sum_m \begin{bmatrix} \lambda_p & \lambda_n & K \\ m & -m & O \end{bmatrix} \tau_1^{\lambda_p,m}\, \tau_1^{\lambda_n,-m} \quad .$$

Multiplions à gauche et à droite par le coefficient de Clebsch-Gordan $\begin{bmatrix} \lambda_p & \lambda_n & K \\ O & O & O \end{bmatrix}$ et sommons sur K . La relation d'orthogonalité limite la somme sur m à $m=O$,

$$\tau_1^{\lambda_p,O}\, \tau_1^{\lambda_n,O} = \sum_K \begin{bmatrix} \lambda_p & \lambda_n & K \\ O & O & O \end{bmatrix} \left[\tau_1^{\lambda_p} \otimes \tau_1^{\lambda_n}\right]^{K,O} \quad .$$

Soit enfin

$$\sum_K \tau_2^{K,O} = \sum_K{}' \sum_{\lambda_p\lambda_n}{}' \begin{bmatrix} \lambda_p & \lambda_n & K \\ O & O & O \end{bmatrix} \left[\tau_1^{\lambda_p} \otimes \tau_1^{\lambda_n}\right]^{K,O} \quad . \qquad \text{(III.36)}$$

Cette égalité porte sur la somme complète sur tous les rangs ; nous allons démontrer qu'elle est vraie, rang par rang, pour chaque élément de matrice réduit. Soit donc un opérateur T pouvant s'écrire sous l'une ou l'autre des formes :

$$T = \sum_K{}' U^{K,O} = \sum_K V^{K,O} \quad . \qquad \text{(III.37)}$$

La relation (III.21) que nous avons établie dans la section précédente entraîne :

$$\langle I \,\|\, U^K \,\|\, I' \rangle = \sum_M (-)^{I'+M} \sqrt{2K+1} \begin{bmatrix} I & I' & K \\ M & -M & O \end{bmatrix} \langle IM \,|T|\, I'M \rangle \quad . \qquad \text{(III.38)}$$

Le même résultat est vrai pour $\langle I \,\|\, V^K \,\|\, I' \rangle$, et par suite :

$$\langle I \,\|\, U\, \tau_2^K \,\|\, I' \rangle = \sum_{\lambda_p\lambda_n} \begin{bmatrix} \lambda_p & \lambda_n & K \\ O & O & O \end{bmatrix} \langle I \,\|\, U \left[\tau_1^{\lambda_p} \otimes \tau_1^{\lambda_n}\right]^K \,\|\, I' \rangle \quad . \qquad \text{(III.39)}$$

L'élément de matrice réduit de $U\, \tau_2^K$ se calcule alors simplement à l'aide de la relation de composition des opérateurs tensoriels irréductibles

$$\langle (j_p, j_n) I \,\|\, U\, \tau_2^K \,\|\, (j_p', j_n') I' \rangle = \sum_{\lambda_p\lambda_n} \begin{bmatrix} \lambda_p & \lambda_n & K \\ O & O & O \end{bmatrix} \sqrt{(2I+1)(2I'+1)(2K+1)} \begin{Bmatrix} j_p' & j_n' & I' \\ \lambda_p & \lambda_n & K \\ j_p & j_n & I \end{Bmatrix}$$

$$\times \left\{ \langle j_p \,\|\, U_p\, \tau_1^{\lambda_p} \,\|\, j_p' \rangle \langle j_n \,\|\, \tau_1^{\lambda_n} \,\|\, j_n' \rangle + \langle j_p \,\|\, \tau_1^{\lambda_p} \,\|\, j_p' \rangle \langle j_n \,\|\, U_n\, \tau_1^{\lambda_n} \,\|\, j_n' \rangle \right. \quad .$$

(III.40)

La somme entre crochets provient du fait que U est une somme de potentiels à un corps et agit sur chacun des états à une particule,

$$U = U_p + U_n \quad .$$

Les éléments de matrice des $\mathcal{T}_1^\lambda$ se calculent comme précédemment (eqs.(III.23,24,25))

Dès lors le calcul du facteur de forme s'effectue très simplement suivant la procédure :

1) calculer tous les éléments de matrice réduits de l'opérateur de translation d'un nucléon (avec ou sans potentiel) :

$$\langle \ell \| \mathcal{T}_1^\lambda(x) \| \ell' \rangle \quad , \qquad \langle \ell \| U_{\ell j} \mathcal{T}_1^\lambda(x) \| \ell' \rangle \quad . \tag{III.41}$$

Ce sont des fonctions de la distance $x = |\vec{x}|$.

2) le facteur de forme n'est plus qu'une combinaison linéaire de ces éléments de matrice réduits (eqs.(III.23) et (III.40)).

Remarque :

Dans le cas où les nucléons transférés sont identiques (deux neutrons par exemple), il faut tenir compte des termes d'échange dus au principe de Pauli

$$\langle I \| U \mathcal{T}_2^K(x) \| I' \rangle = \langle (j_1, j_2)\, I \| U \mathcal{T}_2^K(x) \| (j_1', j_2')\, I' \rangle - (-)^{j_1'+j_2'+I'} \langle (j_1, j_2)\, I \| U \mathcal{T}_2^K(x) \| (j_2', j_1')\, I' \rangle \quad . \tag{III.42}$$

4 - Transfert de quatre nucléons, deux protons et deux neutrons

Supposons que les fonctions d'onde des quatre nucléons transférés sont écrites avec le couplage suivant

$$|(p\ p)\ J_p\ ,\ (n\ n)\ J_n\ ,\ I\rangle \quad . \tag{III.43}$$

Le facteur de forme est

$$f(\bar{x}) = \langle IM | U\ T(\bar{x}) | I'M' \rangle = (-)^{I'+M'} \sum_K \frac{\sqrt{4\pi}}{2K+1} \begin{bmatrix} I & I' & K \\ M & -M' & \mathcal{M} \end{bmatrix} Y_K^{\mathcal{M}*}(\hat{x}) \langle I \| U\, \tau_4^K \| I' \rangle ,$$

avec comme précédemment

$$T(\bar{x} // OZ) = \sum_K{}' \tau_4^{K,O} . \qquad \text{(III.44)}$$

L'opérateur T agit sur l'ensemble des quatre particules. Réécrivons le comme le produit d'un opérateur de translation T_p sur les protons et d'un opérateur de translation T_n sur les neutrons :

$$T = T_p \cdot T_n . \qquad \text{(III.45)}$$

Ces deux derniers opérateurs sont encore des sommes d'opérateurs tensoriels irréductibles :

$$T_p = \sum_{K_p}{}' \tau_p^{K_p,O} , \qquad \text{(III.46)}$$

$$T_n = \sum_{K_n} \tau_n^{K_n,O} . \qquad \text{(III.47)}$$

La relation (III.39) reliant le produit d'opérateur T à chacun de ses facteurs devient

$$\tau_4^{K,O} = \sum_{K_p K_n}{}' \begin{bmatrix} K_p & K_n & K \\ O & O & O \end{bmatrix} \left[\tau_p^{K_p} \otimes \tau_n^{K_n} \right]^{K,O} . \qquad \text{(III.48)}$$

L'opérateur $\tau_p^{K_p}$ n'agit que dans l'espace de configurations des protons ; de même, $\tau_n^{K_n}$ n'agit que dans l'espace de configurations des neutrons. L'élément de matrice réduit de $U\,\tau_4^K$ s'écrit donc :

$$\langle (J_p, J_n)\ I \| U\, \tau_4^K \| (J_p', J_n')\ I' \rangle = \sum_{K_p K_n} \begin{bmatrix} K_p & K_n & K \\ O & O & O \end{bmatrix} \sqrt{(2I+1)(2I'+1)(2K+1)} \begin{Bmatrix} J_p' & J_n' & I' \\ K_p & K_n & K \\ J_p & J_n & I \end{Bmatrix}$$

$$\times \left\{ \langle J_p \| U_p\, \tau_p^{K_p} \| J_p' \rangle \langle J_n \| \tau_n^{K_n} \| J_n' \rangle + \langle J_p \| \tau_p^{K_p} \| J_p' \rangle \langle J_n \| U_n \tau_n^{K_n} \| J_n' \rangle \right\} , \qquad \text{(III.49)}$$

avec,

$$U = U_p + U_n \quad . \qquad *$$

Ensuite les mêmes techniques que pour le calcul précédent (transfert de deux nucléons identiques) s'appliquent et permettent de se ramener au calcul des éléments de matrice réduits des opérateurs de translation n'agissant que sur un nucléon, avec ou sans potentiel.

5 - Cas général

Le facteur de forme est toujours

$$f(\bar{x}) = \langle IM | U\ T(\bar{x}) | I'M' \rangle \quad , \qquad \text{(III.50)}$$

où $|IM\rangle$ et $|I'M'\rangle$ sont des fonctions d'onde d'états à un nombre quelconque ν de nucléons. La rotation amenant l'axe de quantification dans la direction $\bar{x}$ jointe à l'écriture de $T(\bar{x} /\!/ OZ)$ sous forme d'une somme d'opérateurs tensoriels irréductibles entraîne

$$\boxed{f(\bar{x}) = (-)^{I'+M'} \sum_K \frac{\sqrt{4\pi}}{2K+1} \begin{bmatrix} I & I' & K \\ M & -M' & \mathcal{M} \end{bmatrix} Y_K^{\mathcal{M}*}(\hat{x})\ \langle I \| U\ \mathcal{T}_\nu^K(x) \| I' \rangle} \quad . \qquad \text{(III.51)}$$

Il faut ensuite décomposer $\mathcal{T}_\nu^K$ en produit de deux opérateurs de translation agissant dans des espaces séparés et correctement couplés. Pour cela, il faut éventuellement découpler et recoupler les fonctions d'onde. Cela fait, l'élément de matrice réduit de $\mathcal{T}_\nu^K$ s'écrit :

$$\langle I \| U\ \mathcal{T}_\nu^K \| I' \rangle = \sum_{K_1 K_2} \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \langle (I_1, I_2)\ I \| U \left[\mathcal{T}_{\nu_1}^{K_1} \otimes \mathcal{T}_{\nu_2}^{K_2} \right]^K \| (I_1', I_2')\ I' \rangle \quad , \qquad \text{(III.52)}$$

et enfin

$$\langle I \| U\ \mathcal{T}_\nu^K \| I' \rangle = \sum_{K_1 K_2} \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sqrt{(2I+1)(2I'+1)(2K+1)} \begin{Bmatrix} I_1' & I_2' & I' \\ K_1 & K_2 & K \\ I_1 & I_2 & I \end{Bmatrix}$$
$$\times \left\{ \langle I_1 \| U_1\ \mathcal{T}_{\nu_1}^{K_1} \| I_1' \rangle \langle I_2 \| \mathcal{T}_{\nu_2}^{K_2} \| I_2' \rangle + \langle I_1 \| \mathcal{T}_{\nu_1}^{K_1} \| I_1' \rangle \langle I_2 \| U_2\ \mathcal{T}_{\nu_2}^{K_2} \| I_2' \rangle \right\} \quad , \qquad \text{(III.53)}$$

---

* Le potentiel U_p (U_n) désigne la somme des potentiels agissant sur chacun des protons (neutrons).

avec $U = U_1 + U_2$.

Il faut ensuite renouveler l'opération jusqu'à obtenir les éléments de matrice réduits de l'opérateur de translation à un corps, avec ou sans potentiel.

L'élément de matrice réduit de $U\ \tau_\nu^K$ est alors une combinaison linéaire de produits de tels éléments de matrice réduits

$$\langle U\ \tau_\nu^K \rangle = \sum \langle U\ \tau_1^{\lambda_1}\ \tau_1^{\lambda_2}\ \tau_1^{\lambda_3} \dots \tau_1^{\lambda_\nu} \rangle \quad . \tag{III.54}$$

Chaque terme de cette somme correspond à un système bien défini de contractions entre opérateurs de création de nucléons dans chacune des voies. Le symbole $\langle U \prod_{i=1}^{\nu} \tau_1^{\lambda_i} \rangle$ signifie :

$$\begin{aligned} \langle U \prod_{i=1}^{\nu} \tau_1^{\lambda_i} \rangle = {} & \langle U_1\ \tau_1^{\lambda_1} \rangle \langle \tau_1^{\lambda_2} \rangle \dots \langle \tau_1^{\lambda_\nu} \rangle \\ & + \langle \tau_1^{\lambda_1} \rangle \langle U_2\ \tau_1^{\lambda_2} \rangle \dots \langle \tau_1^{\lambda_\nu} \rangle + \dots \\ & + \langle \tau_1^{\lambda_1} \rangle \langle \tau_1^{\lambda_2} \rangle \dots \langle U_\nu\ \tau_1^{\lambda_\nu} \rangle \quad , \end{aligned} \tag{III.55}$$

avec,

$$U = \sum_{i=1}^{\nu} U_i \quad .$$

6 - <u>Méthode de calcul des éléments de matrice réduits à un corps</u>

Rappelons leur définition

$$\langle j \| U_{\ell j} \tau^\lambda \| j' \rangle = (-)^{j'+\ell+1/2+\lambda} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} \begin{Bmatrix} j & j' & \lambda \\ \ell' & \ell & 1/2 \end{Bmatrix} \langle \ell \| U_{\ell j}\ \tau^\lambda \| \tag{III.56}$$

L'élément de matrice $\langle j \| U\ \tau^\lambda \| j' \rangle$ est simplement proportionnel à $\langle \ell \| U_{\ell j}\ \tau^\lambda \| \ell'$ qui s'écrit

$$\langle \ell \| U_{\ell j}\ \tau^\lambda \| \ell' \rangle = \sum_{m} (-)^{\ell'+m} \sqrt{2\lambda+1} \begin{bmatrix} \ell & \ell' & \lambda \\ m & -m & 0 \end{bmatrix} \langle \ell m |\ U_{\ell j}\ T(\vec{x} // OZ)\ | \ell' m \rangle \tag{III.57}$$

et

$$\langle \ell m | U_{\ell j}\, T(\bar{x} // OZ) | \ell' m \rangle = \int r^2\, dr\, d\cos\theta\, d\varphi\ \varphi^*_{n\ell j}(r)\, U_{\ell j}(r)\, \varphi_{n'\ell' j'}(r') \times Y^{m^*}_{\ell}(\hat{r})\ Y^{m}_{\ell'}(\hat{r}') \quad , \qquad \text{(III.58)}$$

avec, $\bar{r}' = \bar{r} - \bar{x}$.

Nous calculons d'abord les fonctions d'onde radiales $\varphi_{n\ell j}(r)$ dans chacune des deux voies. Elles sont déterminées par l'énergie de séparation du nucléon correspondant dans le noyau coeur plus un nucléon, et par le nombre n de noeuds. Le potentiel à un corps choisi est un potentiel de Woods-Saxon. La résolution de l'équation de Schrödinger détermine les fonctions d'onde à un nucléon et la profondeur correspondante du puits de potentiel. Pour chaque valeur de la longueur x , et pour chaque point d'intégration $\bar{r}$, il faut calculer le point $\bar{r}'$. L'intégration en r est faite simplement par la méthode des trapèzes, celle en $\cos\theta$ par la méthode de Gauss-Legendre. L'intégration sur φ est évidente à cause de la symétrie axiale et donne un facteur 2π . Une fois l'ensemble de ces fonctions de x calculées pour chaque valeur de m (il suffit de les calculer pour $m>0$), l'élément de matrice réduit $\langle \ell \| U\, \tau^{\lambda} \| \ell' \rangle$, lui-même fonction de x , est simplement une combinaison linéaire de ces fonctions pour différents m .

Ce calcul des éléments de matrice réduits est la partie du programme de calcul des facteurs de forme qui prend le plus de temps : en effet, une fois ces derniers calculés, le facteur de forme s'exprime uniquement en fonction de combinaisons linéaires de produits de tels éléments.

CHAPITRE IV

APPLICATIONS - RESULTATS

1. Introduction

A partir du formalisme que nous avons développé au chapitre II, nous avons écrit un programme pour calculer les sections efficaces de transfert entre ions lourds. Nous avons baptisé ce programme SETILL [39] : Section Efficace de Transfert entre Ions Lourds. Le second L de SETILL n'a pas été rajouté pour des raisons d'esthétique mais pour rappeler que, à cause de nos approximations, les deux ions doivent être lourds, aussi bien la cible que le projectile. Des réactions telles que (Li^6,d) ou (Li^7,t) ne pourront donc être analysées par ce programme.

Le facteur de forme est calculé à l'aide des techniques de l'algèbre tensorielle (cf. chapitre III). Le calcul des distributions angulaires emprunte beaucoup aux programmes de J. Raynal [40].

A cause de nos approximations sur le recul, nous nous sommes limités dans nos applications à des énergies de réaction situées au voisinage ou peu au-dessus de la barrière coulombienne. Un certain nombre de résultats obtenus en collaboration avec G.C. Morrison, M.C. Lemaire, M.C. Mermaz et Y. Cassagnou ont déjà été publiés [41,42,43,44,45]. Aussi nous nous limiterons à quelques réactions particulières et, au lieu d'en donner une analyse exhaustive, nous nous attacherons à dégager les informations sur la structure nucléaire que notre formalisme permet d'obtenir.

Dans un premier temps, nous étudions la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$ qui fut l'une des premières réactions de transfert entre ions lourds faites à Saclay [46]. Puis nous donnons quelques résultats remarquables à propos des réactions $^{48}Ca(^{16}O,^{12}C)^{50}Ti$ et $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}Mo$, dans la mesure où ils complètent ceux qui ont été obtenus par l'étude de la réaction précédente.

Enfin, notre formalisme reposant sur l'approximation de masses égales pour les coeurs et, par là, sur une approximation des effets de recul, nous comparons nos résultats avec les prévisions d'un calcul où les effets de recul et de portée finie sont traités en principe exactement. Cette comparaison nous donnera un test de notre traitement de la cinématique du problème mais n'enlève rien à l'originalité de notre dérivation du facteur de forme.

Pour expliquer les différences observées entre nos calculs et ceux qui ne tiennent compte que de la composante interne Os du fragment transféré, nous analysons en détail la structure du facteur de forme. Pour cela, nous donnons un facteur de forme modèle qui permet de mettre en évidence la contribution de chacun des états internes possibles du fragment transféré.

2. Analyse de la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$

a) Situation expérimentale

Cette expérience a été effectuée à Saclay[46]. La figure IV-1 montre un spectre d'énergie obtenu à 46 MeV. La résolution expérimentale en énergie est d'environ 250 keV. L'état fondamental du ^{58}Ni, les états 2^+ à 1,45 MeV, 4^+ à 2,46 MeV et 2^+ à 2,77 MeV sont faiblement excités et ont des configurations dominantes à deux particules. Entre 3,5 MeV et 8 MeV, un grand nombre de niveaux sont connus expérimentalement mais seul un petit nombre d'entre eux sont excités par la réaction $(^{16}O,^{12}C)$.

Avec des techniques expérimentales différentes permettant d'obtenir une résolution de 120 keV , E. Cotton et collaborateurs[47] ont refait cette expérience et le spectre qu'ils ont obtenu confirme la sélectivité de la réaction et permet de résoudre certains pics expérimentaux en plusieurs états excités.

Pour essayer d'identifier les états observés au-delà de 3,5 MeV d'énergie d'excitation, G. Bruge et al[48] ont étudié la diffusion inélastique d'alpha sur le nickel avec une résolution de 15 keV. Ils ont ainsi observé plusieurs états 3^-, un 2^+ à 5,582 MeV, deux 4^+ à 4,75 MeV et à 7,212 MeV . Cette expérience était fondée sur la similarité des spectres d'excitation obtenus par la réaction de transfert $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$ et par la diffusion inélastique d'alpha faite par Inoue[49] avec une résolution de 70 keV .

La réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C\gamma)^{58}Ni$ [50] a permis d'identifier d'autres états : un 0^+ à 3,52 MeV et un 3^- à 4,47 MeV par exemple. Enfin, le transfert de quatre particules sur le fer induit par un faisceau de ^{6}Li de 28 MeV a été étudié récemment à Rochester[51] jusqu'à une énergie d'excitation de 8 MeV dans le ^{58}Ni . Les résultats entre 3,5 MeV et 8 MeV sont en cours de dépouillement. Cette réaction est très intéressante car les distributions angulaires obtenues sont caractéristiques du ℓ transféré. Elle devrait donc permettre d'identifier les états excités et d'obtenir leur moment angulaire.

b) Choix des potentiels optiques

Dans la plupart des analyses théoriques de distributions angulaires, il reste des imprécisions sur les puits optiques. En effet, en plus des ambiguités sur la détermination des paramètres, la distribution angulaire élastique dans la voie de sortie n'est en général pas connue. Aussi les potentiels optiques dans cette voie sont déterminés à partir de ceux de la voie d'entrée. Dans le cas qui nous intéresse, la diffusion élastique $^{12}C + ^{58}Ni$ a été étudiée à 42 MeV [42], ainsi les potentiels optiques que nous utilisons sont obtenus par ajustement des paramètres sur les distributions angulaires élastiques dans chacune des voies.

Les figures IV-2 et IV-3 montrent les distributions angulaires $^{16}O + ^{54}Fe$ et $^{12}C + ^{58}Ni$, le tableau IV-1 donne les différents jeux de paramètres optiques qui permettent de les reproduire. L'analyse en modèle optique a été effectuée à l'aide du programme MAGALI de J. Raynal [52]. La partie réelle et la partie imaginaire (volume) sont décrites par des puits de Woods-Saxon, le potentiel coulombien est celui d'une sphère chargée de rayon somme des rayons des ions et de charge produit des charges. Dans la recherche automatique, les relations suivantes sont imposées

$$R_c = R_r = R_i = r_o (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$$
$$a_r = a_i \qquad \text{(IV.1)}$$

Les épaisseurs a_r sont fixées ($a_r = .55$ fm dans la voie d'entrée et $a_r = .50$ fm dans la voie de sortie). Pour différentes profondeurs V du puits réel, r_o et W sont ajustés. Une analyse détaillée des paramètres et de leur recherche figure dans la référence [42]. Dans la suite, nous utilisons des jeux de paramètres correspondant à une profondeur du puits réel de 400 MeV .

c) Détermination des états liés pour le calcul du facteur de forme

Les fonctions d'onde des états liés à une particule intervenant dans le calcul du facteur de forme sont les solutions d'une équation de Schrödinger où le potentiel Hartree-Fock à un corps est approché par un puits de Woods-Saxon de rayon $r_o = 1{,}2$ fm et d'épaisseur $a = .65$ fm . La profondeur du puits est ajustée de façon à reproduire les énergies de particules indépendantes. Nous incluons dans l'équation de Schrödinger un potentiel spin-orbite ayant une intensité de 7 MeV . Pour les états de protons, nous tenons compte du potentiel coulombien. Les énergies individuelles des orbites sont soit tirées de l'expérience, soit prises égales au quart de l'énergie de séparation d'un alpha. Ce dernier choix a pour but de mieux reproduire la forme asymptotique des fonctions d'onde

Diffusion élastique $^{16}O + ^{54}Fe$, $E(^{16}O) = 46$ MeV

V_{MeV}	W_{MeV}	r_o fm	a fm	χ^2	$\frac{R}{a}$ + Log V	$\frac{R}{a}$ + Log W
100.	18.81	1.154	.55	.58	17.82	16.15
200.	35.09	1.094	.55	.56	17.82	16.09
300.	51.56	1.059	.55	.55	17.82	16.06
400.	67.67	1.034	.55	.55	17.82	16.04
500.	84.23	1.014	.55	.55	17.82	16.04
600.	100.3	.998	.55	.55	17.82	16.03

Diffusion élastique $^{12}C + ^{58}Ni$, $E(^{12}C) = 42$ MeV

V_{MeV}	W_{MeV}	r_o fm	a fm	χ^2	$\frac{R}{a}$ + Log V	$\frac{R}{a}$ + Log W
100.	50.67	1.18	.50	1.56	19.14	17.96
200.	56.33	1.124	.50	1.45	19.15	17.88
300.	82.06	1.091	.50	1.37	19.14	17.85
400.	107.98	1.068	.50	1.305	19.15	17.84
500.	133.71	1.050	.50	1.30	19.15	17.83

Tableau IV-1

Paramètres optiques pour la diffusion élastique. L'ajustement porte sur W et r_o à a fixé pour différentes profondeurs du puits réel. Les valeurs portées dans les dernières colonnes : $\text{Log}(Ve^{R/a})$ et $\text{Log}(We^{R/a})$ sont relativement constantes[53] et illustrent les ambiguités liées aux choix des paramètres optiques. Les puits correspondant à une profondeur $V = 400$ MeV sont ceux que nous utilisons dans les calculs de sections efficaces de transfert.

des états liés à quatre particules. Le potentiel Hartree-Fock qui intervient dans le calcul du facteur de forme (cf. éq.(II.73) par exemple) est remplacé par un potentiel égal à la somme du puits de Woods-Saxon et du potentiel spin-orbite définis ci-dessus.

Au lieu de prendre des fonctions d'onde du modèle en couches, provenant par exemple d'une diagonalisation complète de l'espace à quatre particules, nous utilisons des fonctions d'onde modèles réduites à une seule composante. L'oxygène est ainsi décrit par :

$$|^{16}O\rangle = |p(1p_{1/2})^2 \ J=0 \ , \ n(1p_{1/2})^2 \ J=0 \ ; \ 0^+\rangle \, |^{12}C\rangle \quad . \quad (IV.2)$$

Les états de parité paire du nickel, y compris l'état fondamental, sont tous décrits par une configuration unique du type stretch, $|(2p_{3/2})^4 \ J\rangle$. Ce choix n'est évidemment pas réaliste, mais la forme des distributions angulaires n'est pas sensible au choix des configurations, seule leur valeur absolue change. Pour l'état 3^- à 4,5 MeV, nous utilisons la composante

$$|3^-\rangle = |p(1f_{7/2})^2 \ J=0 \ , \ n(2p_{3/2}, 1g_{9/2}) \ J=3^- \ ; \ 3^-\rangle \quad . \quad (IV.3)$$

d) Distributions angulaires - Facteurs de normalisation

Les figures IV-4 et IV-5 donnent les distributions angulaires expérimentales pour les premiers états excités du ^{58}Ni . Les courbes correspondent aux calculs théoriques avec les puits optiques et les fonctions d'onde définies ci-dessus (sections 2-b et c). Les courbes en trait plein sont obtenues à partir d'énergies individuelles prises égales au quart de l'énergie de séparation d'un alpha. Dans les deux cas, les distributions angulaires calculées ont des formes similaires.

Pour différents états de parité paire du nickel, nous donnons dans le tableau IV-2 les valeurs absolues des sections efficaces calculées à l'angle d'effleurement avec les deux choix d'énergies à une particule. Avec le second choix d'énergies (nous dirons souvent dans la suite, énergie "renormalisée"), les sections efficaces sont de 3 à 5 fois plus grandes à mesure que l'énergie d'excitation augmente.

1) Cette augmentation se comprend aisément. En effet la prescription utilisée pour définir les énergies individuelles à partir de l'énergie de séparation de l'alpha, entraîne une meilleure description de la forme asymptotique des fonctions d'onde.

$^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni^*$

E_{exc}	J^π	$\sigma_1(\theta_c)$	$\sigma_2(\theta_c)$	σ_1/σ_2
0.0	0^+	.101	.0362	2.78
1.45	2^+	.450	.133	3.38
2.45	4^+	.526	.114	4.62
2.77	2^+	.967	.250	3.87
3.52	0^+	.968	.276	3.50
4.1	2^+	1.84	.423	4.35
5.6	4^+	1.20	.230	5.21

Tableau IV-2

Influence du choix des énergies de particules indépendantes sur la section efficace. $\sigma(\theta_c)$ est la section efficace calculée à l'angle d'effleurement. σ_1 est obtenu avec des énergies individuelles égales au quart de l'énergie de séparation d'un alpha et σ_2 avec des énergies tirées de l'expérience. La dernière colonne donne le rapport σ_1/σ_2 qui varie régulièrement de 3 à 5 lorsque l'énergie d'excitation du ^{58}Ni augmente. Les sections efficaces sont en microbarn.

2) La variation de cet effet dans un rapport de 3 à 5 en fonction de l'énergie d'excitation s'explique ainsi : l'énergie de séparation d'un alpha dans le ^{58}Ni est égale à la différence d'énergie de liaison du ^{58}Ni et du système $^{54}Fe + ^{4}He$, diminuée de l'énergie d'excitation du ^{58}Ni ; par suite la portée des fonctions d'onde du nickel et donc la portée du facteur de forme augmente avec l'énergie d'excitation, alors qu'elle reste constante si les énergies individuelles sont tirées de l'expérience.

Ceci appelle un commentaire : de cette dernière remarque, il ressort que, si les énergies de particules indépendantes sont tirées de l'expérience, l'énergie d'excitation n'entre pas dans le calcul du facteur de forme. En fait nous avons pris une configuration unique pour décrire l'ensemble des états du nickel : $(2p_{3/2})^4$ J . Si nous avions utilisé des fonctions d'onde du modèle en couches, à deux états distincts correspondraient deux mélanges de configurations différents. Ainsi les facteurs de forme dépendent indirectement de l'énergie d'excitation via ces différents mélanges de configurations. De plus, si l'espace utilisé pour calculer les fonctions d'onde du modèle en couches était complet, il ne serait pas nécessaire de modifier les énergies expérimentales pour reproduire correctement la forme asymptotique de ces fonctions d'onde.

e) Variation des paramètres définissant les états liés

Nous venons d'examiner l'influence du choix des énergies de particules indépendantes. Nous allons regarder maintenant les effets des variations des paramètres r_o et a du puits de Woods-Saxon définissant les états liés à une particule.

1) Choix du rayon. Les chiffres que nous avons donnés dans le tableau IV-2 sont obtenus avec un rayon défini par

$$R = r_o A^{1/3} \quad , \qquad \text{(IV.4)}$$

avec $r_o = 1{,}2$ fm et où A est le nombre de masse des coeurs (A = 12 ou 54). Le changement de $r_o = 1{,}2$ en 1,25 fm augmente les sections efficaces calculées d'environ 20%. A r_o fixé, si nous utilisons pour A , non plus le nombre de masse du coeur, mais celui des noyaux coeurs + fragment transféré (R est alors le rayon du projectile ou du noyau résiduel), les sections efficaces augmentent de 40%. Enfin avec un rayon défini par

$$R = r_o(A^{1/3} + 4^{1/3}) \quad , \qquad \text{(IV.5)}$$

avec $r_o = 1{,}2$ fm , elles sont multipliées au moins par un facteur 3.

Energies de particules indépendantes (en MeV)

		expérience	$\tilde{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_n$	$\tilde{\varepsilon}_p \neq \tilde{\varepsilon}_n$
^{12}C $1p_{1/2}$	p	1.945	1.790	.603
	n	4.948	1.790	3.606
^{54}Fe $2p_{3/2}$	p	2.407	.722	.01
	n	9.300	.722	2.558

Sections efficaces calculées (μB)
$^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni^*$, 0^+ à 3.52 MeV

	$r_o A^{1/3}$			$r_o(A+4)^{1/3}$		
	ε_{exp}	$\tilde{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_n$	$\tilde{\varepsilon}_p \neq \tilde{\varepsilon}_n$	ε_{exp}	$\tilde{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_n$	$\tilde{\varepsilon}_p \neq \tilde{\varepsilon}_n$
$r_o = 1.2$	.295	.993	.978	.483	1.41	1.44
$r_o = 1.25$	.428	1.22	1.27	.737	1.71	1.85
$R = 1.(A^{1/3}+4^{1/3})$	3.04	3.27	4.15			

$R = r_o(A+4)^{1/3}$, $r_o = 1.25$ fm , $\tilde{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_n$		
a = .60	a = .65	a = .70
1.25	1.71	2.28

Tableau IV-3

$\tilde{\varepsilon}$ représente une énergie de particule indépendante renormalisée ($\tilde{\varepsilon}_p \neq \tilde{\varepsilon}_n$, cf. section IV-2-i). A est le nombre de masse soit du ^{12}C, soit du ^{54}Fe.

2) Dans la discussion précédente, a était fixé à .65 fm . Une variation de a de .6 à .7 fm entraîne une augmentation importante des distributions angulaires. Pour l'état 0^+ à 3,52 MeV du ^{58}Ni, l'influence de r_o , de a et des énergies individuelles est illustrée par le tableau IV-3.

Le deuxième choix du rayon des états liés (IV.5) est celui qui est souvent fait dans les programmes [3,4] où le mouvement du centre de masse des particules transférées est extrait. Nous pensons que ce choix n'est pas réaliste et surestime artificiellement les intensités des sections efficaces calculées : un rayon donné par (IV.5) avec $r_o = 1.$ fm correspond à $r_o = 1{,}43$ fm pour le fer et $r_o = 1{,}69$ fm pour le carbone si l'on utilise l'expression (IV.4). Ces deux valeurs de r_o sont manifestement trop grandes. La seule justification de l'emploi de tels rayons est de supposer que le transfert procède par l'échange d'une particule alpha orbitant soit autour du carbone, soit autour du fer. Mais dans ce cas, il n'y a plus de raison de croire à l'extraction de facteurs spectroscopiques à partir d'une fonction d'onde du modèle en couches qui n'implique pas une telle configuration spatiale. L'emploi simultané de grands rayons et de facteurs spectroscopiques alpha déduits du modèle des couches ne nous semble pas une procédure parfaitement cohérente.

f) Choix des configurations

Tous les calculs faits jusqu'à maintenant supposent une configuration pure $(2p_{3/2})^4$ pour les états de parité paire du nickel. Pour voir l'effet du choix particulier de cette configuration, nous avons répété le calcul pour d'autres composantes modèles. Le tableau IV-4 donne les facteurs de normalisation nécessaires pour reproduire les valeurs expérimentales des distributions angulaires en fonction de différentes composantes possibles. Nous avons utilisé des énergies de particules indépendantes égales au quart de l'énergie de séparation de l'alpha. Ces facteurs de normalisation sont grands mais il ne faut pas oublier que le formalisme employé est fondé sur une approximation qui suppose les masses des coeurs voisines, ce qui est loin d'être le cas pour la réaction considérée.

Entre des configurations du type $(1f_{7/2})^2 (2p_{3/2})^2$ et $(2p_{3/2})^4$ ou $(1f_{7/2})^2 (2p_{3/2}\ 1g_{9/2})$ et $(2p_{3/2})^2 (2p_{3/2}\ 1g_{9/2})$, il y a un facteur 6 en faveur des composantes où les protons sont dans la couche $2p_{3/2}$. Ceci peut se comprendre en comparant les fonctions d'onde de particules indépendantes pour les orbites $1f_{7/2}$ et $2p_{3/2}$. La fonction d'onde radiale de l'état $2p_{3/2}$ est plus importante à la surface du noyau : le noeud repousse le maximum plus à l'extérieur (voir figure IV-6). Dans une réaction de transfert de surface, il est donc

E_X (MeV)	J^π	Configuration	$\sigma_{exp}/\sigma_{DWBA}$
0.0	0^+	$(2p^{3/2})^4$	44
		$\{\pi(1f^{7/2})^2,\ \nu(2p^{3/2})^2\}$	260
1.45	2^+	$(2p^{3/2})^4$	38
		$\{\pi(1f^{7/2})^2,\ \nu(2p^{3/2})^2\}$	220
3.52	0^+	$(2p^{3/2})^4$	43
		$\{\pi(1f^{7/2})^2,\ \nu(2p^{3/2})^2\}$	280
4.1	2^+	$(2p^{3/2})^4$	31
		$\{\pi(1f^{7/2})^2,\ \nu(2p^{3/2})^2\}$	200
4.5	3^-	$\{\pi(1f^{7/2})^2,\ \nu(2p^{3/2}\ 1g^{9/2})\}$	300
		$\{\pi(2p^{3/2})^2,\ \nu(2p^{3/2}\ 1g^{9/2})\}$	50
5.6	2^+	$(2p^{3/2})^4$	22
	4^+	$(2p^{3/2})^4$	39

Tableau IV-4

Coefficients de normalisation entre les distributions angulaires expérimentales et calculées pour différents choix de configurations pour les états excités. Les paramètres utilisés sont définis dans le texte.

raisonnable de s'attendre a priori à ce que les orbites 2p soient préférées aux orbites 1f . Dans cette discussion, nous avons comparé uniquement des états de moment angulaire $j = \ell + 1/2$ entre eux.

Pour l'état fondamental du nickel, nous avons calculé les sections efficaces avec quatre configurations modèles, de façon à mettre en évidence la différence entre les orbites $j = \ell + 1/2$ et $j = \ell - 1/2$. Dans cette comparaison, les ondes optiques sont les mêmes et l'énergie d'excitation est nulle : les différences entre les sections efficaces calculées proviendront exclusivement du facteur de forme. Le tableau IV-5 résume les valeurs obtenues pour des composantes où les quatre particules sont toutes dans la même sous-couche $(1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 2p_{1/2}, 2p_{3/2})$.

1) Pour les composantes 1f et 2p avec $j = \ell - 1/2$, nous retrouvons le résultat obtenu plus haut pour $j = \ell + 1/2$: les configurations construites sur des états 2p conduisent à des sections efficaces plus intenses.

2) Par contre, entre les configurations $(2p_{3/2})^4$ $(j = \ell + 1/2)$ et $(2p_{1/2})^4$ $(j = \ell - 1/2)$ ou $(1f_{7/2})^4$ $(j = \ell + 1/2)$ et $(1f_{5/2})^4$ $(j = \ell - 1/2)$, les résultats sont très différents et ne peuvent s'expliquer par des considérations sur les fonctions d'onde individuelles. Le rapport des valeurs absolues des sections efficaces calculées entre $(2p_{3/2})^4$ et $(2p_{1/2})^4$ est de l'ordre de 4.10^6 . Si le transfert procédait par l'échange d'une particule alpha, ce rapport serait celui des facteurs spectroscopiques alpha correspondants[54], soit 5 seulement ! La seule explication possible de cette différence est la suivante : dans notre calcul, nous ne nous sommes pas limités à la configuration interne Os du fragment transféré, mais nous avons tenu compte de toutes les configurations internes contenues dans les fonctions d'onde du modèle en couches. Nous reviendrons sur ce point dans la section 6 .

La figure IV-7 montre un spectre d'énergie obtenu par $(^7Li,t)$ sur le ^{54}Fe . Si nous supposons que dans cette réaction, le transfert s'effectue par l'échange d'une particule alpha, la comparaison avec le spectre obtenu par $(^{16}O,^{12}C)$ (cf. figure IV-1) illustre qualitativement l'importance de la contribution des états internes autres que Os pour le transfert induit par l'oxygène.

Enfin sur le tableau IV-5, nous constatons que le potentiel spin-orbite que nous avons introduit dans l'équation de Schrödinger donnant les états liés à une particule a tendance à augmenter l'écart entre les sections efficaces calculées avec les configurations $(j = \ell + 1/2)^4$ et $(j = \ell - 1/2)^4$. Toutefois,

$^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni^{*}$, 0^{+} à 3.52 MeV

	V_{SO} = 0. MeV	V_{SO} = 7. MeV
$(1f_{7/2})^4$ 0^+	3.80 10^{-3}	5.28 10^{-3}
$(1f_{5/2})^4$ 0^+	6.31 10^{-9}	1.93 10^{-9}
$(2p_{3/2})^4$ 0^+	1.18 10^{-1}	1.01 10^{-1}
$(2p_{1/2})^4$ 0^+	4.64 10^{-8}	2.47 10^{-8}

Tableau IV-5

Sections efficaces calculées (en microbarn) à l'angle d'effleurement avec ou sans potentiel spin-orbite pour les états liés et pour différentes configurations de l'état excité.

la présence de ce potentiel* ne peut expliquer le rapport 4.10^6, au lieu de 5, obtenu entre les sections efficaces des composantes $(2p_{3/2})^4$ et $(2p_{1/2})^4$.

g) Résumé

Dans les sections (2-d,e,f) nous avons montré que les sections efficaces calculées sont sensibles à tous les paramètres définissant les états liés. Suivant les paramètres, les variations peuvent être de quelque pour cent jusqu'à des facteurs 4.10^6 et il peut paraître a priori déraisonnable d'étudier de petits effets devant de si grands facteurs. En fait, ces variations sont de deux genres tout à fait différents suivant qu'elles proviennent du choix des paramètres des états liés ou des fonctions d'onde du modèle en couches.

1) Pour une fonction d'onde donnée du modèle en couches, les résultats obtenus nous permettent de dire que seules les composantes mettant en jeu des orbites $j = \ell + 1/2$ contribueront à la section efficace. Parmi ces configurations seront dominantes celles construites sur les orbites à une particule ayant le plus grand nombre de noeuds. Nous avons ainsi une classification des contributions de chaque composante et nous pourrons dire avant tout calcul si telle ou telle fonction d'onde donnera lieu à une section efficace importante et quelles seront les composantes dominantes. Nous donnons un exemple de ces règles dans la section 4.

2) Une fois la fonction d'onde choisie, la valeur absolue de la section efficace théorique dépendra de façon sensible de l'ensemble des paramètres définissant les états liés :

- le rayon du puits de Woods-Saxon des états liés,
- son épaisseur,
- le potentiel spin-orbite,
- les énergies de particules indépendantes.

Chacun de ces paramètres contribue de façon équivalente. Entre le choix le plus favorable et le choix le plus défavorable, la section efficace peut varier d'un facteur important (voir le tableau IV-3 où elle varie d'un facteur 7), et chacun des paramètres contribue à ce facteur.

Nous n'avons pas étudié la dépendance de la section efficace en fonction des paramètres optiques choisis.

---

* La procédure usuelle d'extraction du mouvement du centre de masse des particules transférées [22,23] met en jeu un potentiel d'interaction entre le coeur et le centre de masse du fragment transféré. Le potentiel spin-orbite à un corps n'est donc pas inclus dans ce potentiel. Rawitscher [55] a fait une estimation du potentiel spin-orbite α-noyau pour le problème de la diffusion, mais pas pour les états liés.

h) Potentiels optiques convolués

Deux éléments nous ont conduits à utiliser des puits optiques convolués.

1) En général, les distributions angulaires calculées sont déplacées vers l'arrière par rapport aux distributions angulaires expérimentales, à moins que les puits optiques soient directement ajustés sur le transfert ; mais dans ce cas, ils ne reproduisent plus la diffusion élastique[41,42].

2) Pour une diffusion proton-noyau, la partie réelle du potentiel optique peut être considérée, en première approximation, comme la valeur moyenne d'une interaction à deux corps sur l'état fondamental de la cible, c'est-à-dire comme le potentiel Hartree-Fock de la cible. Ce raisonnement fonde l'utilisation de puits réels ayant une forme analytique de Woods-Saxon puisque cette forme approche assez bien la partie directe des potentiels Hartree-Fock. Si nous poussons plus loin ce genre de considérations, le puits réel pour une diffusion entre ions lourds ne devrait pas avoir une forme de Woods-Saxon, mais celle d'un Woods-Saxon convolué sur la densité de matière du projectile, ou encore d'une interaction à deux corps convoluée sur les densités de matière de chacun des ions. Le même raisonnement tient pour le potentiel coulombien : la forme analytique du potentiel entre deux sphères chargées n'est pas celle du potentiel entre une sphère et un point.

Se fondant sur ces arguments, plusieurs travaux ont été entrepris, en particulier sur l'analyse de la diffusion d'alpha[56], et les diffusions élastiques $^{12}C + ^{12}C$ [57] et $^{16}O + ^{12}C$ [58]. Reprenant ces idées, nous introduisons pour la partie réelle et pour le puits coulombien des potentiels définis par

$$V_r = \rho_1 \cdot \left(V_o \frac{e^{-r/\mu}}{r/\mu} \right) \cdot \rho_2 \quad , \qquad \text{(IV.6)}$$

$$V_c = \rho_1 \cdot \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \rho_2 \quad , \qquad \text{(IV.7)}$$

où ρ_1 et ρ_2 sont les densités de matière de chacun des ions. Ces densités sont approchées par des distributions de Fermi dont les rayons et les épaisseurs sont déterminés par la diffusion d'électrons. Dans V_r, la force à deux corps utilisée est un potentiel de Yukawa de portée $\mu = .7$ fm. Pour la partie imaginaire, nous conservons la forme usuelle du puits de Woods-Saxon. Cette nouvelle paramétrisation du potentiel optique est destinée à rendre compte d'effets possibles dus à la dimension finie du projectile.

Dans chaque voie, nous avons quatre paramètres à déterminer : la profondeur V_o de la force de Yukawa et les trois paramètres du puits imaginaire.

Nous les avons ajustés de façon à reproduire les distributions angulaires élastiques $^{16}O + ^{54}Fe$ et $^{12}C + ^{58}Ni$. Sur la figure IV-8, la distribution angulaire expérimentale de l'état 0^+ à 3,52 MeV est reportée ainsi que deux courbes théoriques qui correspondent l'une aux potentiels optiques usuels (cf. tableau IV-1 et fig. IV-4), l'autre aux puits convolués (cf. eqs.(IV.6) et (IV.7)) et ajustés sur l'élastique. L'accord qualitatif avec l'expérience est bien meilleur avec la seconde paramétrisation des potentiels optiques. De plus, le facteur de normalisation qui était de 43 (cf. tableau IV-4) n'est plus que de 30.

L'utilisation de puits convolués nous a donc permis de reproduire à la fois l'élastique et le transfert et a conduit à une diminution du rapport entre les sections efficaces théoriques et l'expérience. Toutefois, nous ne considérons pour l'instant cette procédure que comme une autre paramétrisation éventuellement plus adéquate des puits optiques, ceci pour plusieurs raisons :

1) Les potentiels de Woods-Saxon ont une forme analytique très simple alors que les puits optiques convolués doivent être calculés point par point par deux intégrations successives.

2) Aucun argument ne s'applique pour la forme du puits imaginaire et pour ce dernier, nous avons conservé "arbitrairement" une forme de Woods-Saxon.

3) Nous avons fait le calcul pour un seul niveau et une seule réaction. Avant de conclure, il faudrait analyser ainsi d'autres états et d'autres réactions.

4) Enfin et surtout, les potentiels optiques de Woods-Saxon ajustés sur l'élastique ont des épaisseurs de l'ordre de .4 à .5 fm et la forme asymptotique de notre puits convolué correspond à une portée de .7 fm . Il faut donc vérifier s'il n'est pas possible de reproduire l'élastique avec des épaisseurs plus grandes et éventuellement regarder l'effet de ces puits sur le transfert. Rappelons que dans la recherche des paramètres reproduisant l'élastique (section 2-b), les épaisseurs étaient fixées à .5 et .55 fm seulement dans chacune des voies.

Dans l'immédiat, nous considérons cette dérivation du potentiel optique comme une autre possibilité de paramétrisation sans vouloir en donner de justifications plus profondes.

La dérivation théorique des potentiels optiques entre ions lourds est délicate et plusieurs effets peuvent jouer. Par exemple G.H. Rawitscher[59] a tenu compte de la modification de la queue du potentiel due au fait que chaque ion se déplace dans la partie asymptotique du potentiel généré par l'autre ion.

Une autre méthode qui nous semble plus prometteuse à long terme est la dérivation du potentiel optique à partir de la matrice T hors-couche pour la diffusion proton-oxygène[60]. La généralisation de cette approche à la diffusion entre ions lourds serait très intéressante, d'autant plus que cette méthode permet en principe de calculer aussi la partie imaginaire du potentiel optique[61]

i) Choix des énergies de particules indépendantes

Dans les calculs que nous avons présentés dans la section (2-d), nous avons fait deux choix :

1) énergies à une particule tirées de l'expérience,
2) énergies à une particule prises au quart de l'énergie de séparation d'un alpha.

A priori, le second choix est plus raisonnable que le premier, toutefois il n'est pas pleinement satisfaisant, car toutes les orbites à une particule sont alors dégénérées en énergie. Les états de protons et de neutrons ont la même énergie alors que nous incluons le potentiel coulombien pour calculer leur fonction d'onde. Si nous utilisons une fonction d'onde du modèle en couches, à chaque composante correspondra la même énergie non perturbée. Or en général, ces fonctions d'onde sont calculées par diagonalisation d'un hamiltonien construit à partir des énergies de particules indépendantes et des éléments de matrice d'une interaction à deux corps. Soit

$$\sum_j \left[(\Sigma \varepsilon)_i \ \delta_{ij} + V_{ij} \right] a_j = E^* a_i \quad , \qquad \text{(IV.8)}$$

où $(\Sigma \varepsilon)_i$ est la somme des énergies individuelles intervenant dans la $i^{ème}$ composante. Il est alors clair que le remplacement des ε par une énergie renormalisée unique n'est pas consistant avec le mélange de configurations $\{a_i\}$ solution de (IV.8).

Par contre, si nous diminuons chacune de ces énergies d'une quantité unique δ, l'équation (IV.8) devient :

$$\sum_j \left[(\Sigma \varepsilon - \delta)_i \ \delta_{ij} + V_{ij} \right] a_j = E^* a_i \quad . \qquad \text{(IV.9)}$$

Soit, pour une fonction d'onde à quatre particules :

$$\sum_j \left[(\Sigma \varepsilon)_i \ \delta_{ij} + V_{ij} \right] a_j = (E^* + 4\delta) a_i \quad . \qquad \text{(IV.10)}$$

Par ce biais, seule la valeur propre E^* est modifiée. Les équations (IV.8) et

(IV.10) admettent le même vecteur propre $\{a_i\}$ pour solution.

Nous suggérons donc d'utiliser cette méthode de renormalisation du spectre à une particule puisqu'elle n'altère pas le mélange de configurations des fonctions d'onde.

Reste maintenant à déterminer le déplacement δ du spectre. Considérons pour cela une fonction d'onde à deux particules mettant en jeu deux composantes seulement

$$\psi = a(\varphi_1)^2 + b(\varphi_2)^2 \quad . \tag{IV.11}$$

Soient ε_1 et ε_2 les énergies expérimentales des orbites φ_1 et φ_2 . La forme asymptotique de φ_1 (φ_2) peut s'écrire

$$\varphi_i^{(as)} \propto e^{-k_i r_i} \quad , \tag{IV.12}$$

avec

$$\varepsilon_i = \frac{\hbar^2}{2m} k_i^2 \quad , \tag{IV.13}$$

Supposons que les deux particules restent proches l'une de l'autre au cours du transfert ($|r| = |r_1 - r_2|$ petit). La forme asymptotique de $(\varphi_i)^2$ est alors

$$\left(\varphi_i^{(as)}\right)^2 \propto e^{-2k_i R} \quad . \tag{IV.14}$$

Par suite ψ sera de la forme

$$\psi^{as} \propto a\, e^{-2k_1 R} + b\, e^{-2k_2 R} \quad . \tag{IV.15}$$

Avec la procédure usuelle, les ε_i sont remplacés par un $\tilde{\varepsilon}$ unique défini par

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{E}{2} \quad , \tag{IV.16}$$

où E est l'énergie de séparation des deux nucléons. L'équation (IV.15) devient

$$\psi^{as} \propto (a+b)\, e^{-2\tilde{k}R} \tag{IV.17}$$

avec

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\hbar^2}{2m} \tilde{k}^2 \quad , \tag{IV.18}$$

ou encore, si l'on remarque que $2\tilde{k}$ est l'impulsion correspondant à l'énergie E

$$E = \frac{\hbar^2}{4m} (2\tilde{k})^2 \quad . \tag{IV.18a}$$

Par contre avec un déplacement δ des énergies ε_i , le comportement asymptotique de ψ devient :

$$\psi^{as} \propto a\, e^{-2\tilde{k}_1(\delta)R} + b\, e^{-2\tilde{k}_2(\delta)R} \qquad \text{(IV.19)}$$

avec

$$\varepsilon_i - \delta = \frac{\hbar^2}{2m}\, \tilde{k}_i^2(\delta) \quad . \qquad \text{(IV.20)}$$

Si $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$, le comportement asymptotique de ψ sera déterminé par la seconde composante, il est donc normal de définir δ par la relation :

$$\tilde{k}_2(\delta) = \tilde{k} \quad , \qquad \text{(IV.21)}$$

où $\tilde{k}$ est toujours obtenu à partir de l'énergie de séparation E (cf. eq.(IV.18a) soit

$$\varepsilon_2 - \delta = \tilde{\varepsilon} = \frac{E}{2} \quad . \qquad \text{(IV.22)}$$

Dans la pratique, ψ est une fonction d'onde à ν nucléons pour un transfert de ν particules, décrite par un mélange de configurations. Il faut donc déterminer la composante de ψ qui minimise la somme des énergies individuelles des orbites correspondantes. Soit $\sum_{i=1}^{\nu} \varepsilon_i$ cette somme, le déplacement δ du spectre est alors déterminé par la relation suivante, qui est une généralisation immédiate de (IV.21) :

$$\sum_{i=1}^{\nu} \sqrt{\varepsilon_i - \delta} = \nu\, \tilde{k} = \sqrt{\nu\, E_\nu} \quad , \qquad \text{(IV.23)}$$

où E_ν est l'énergie de séparation des ν particules. Le premier membre de cette relation est une fonction monotone décroissante de δ , par suite cette équation en δ se résoud aisément.

Nous avons appliqué cette méthode au calcul de la section efficace pour l'état 0^+ à 3.52 MeV du nickel, toujours décrit par une configuration pure $(2p_{3/2})^4$. Nous obtenons un déplacement $\delta = 1{,}34$ MeV pour les orbites de protons et de neutrons $1p_{1/2}$ de l'oxygène. Pour les orbites $2p_{3/2}$ du nickel, δ est tel que $\varepsilon_p - \delta$ devient négatif, aussi nous avons adopté une méthode intermédiaire en posant $\tilde{\varepsilon}_p = .01$ MeV et en déterminant $\tilde{\varepsilon}_n$ par

$$\sqrt{\tilde{\varepsilon}_p} + \sqrt{\tilde{\varepsilon}_n} = \sqrt{E_\nu} \quad . \qquad \text{(IV.24)}$$

Ces nouvelles définitions des énergies entraînent une légère augmentation de la section efficace. Les différentes valeurs obtenues suivant le choix des autres

paramètres sont données dans le tableau IV-3.

A partir du moment où la forme asymptotique des états liés est correctement reproduite, il y a peu de différence suivant le choix des énergies individuelles ($\tilde{\varepsilon} = \frac{E}{\nu}$ ou $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_{exp} - \delta$ cf. tableau IV-3). Toutefois, en mélange de configurations, la procédure que nous venons de décrire - déplacement d'ensemble du spectre à une particule - devrait introduire des différences notables, car cela revient à pondérer différemment chacune des composantes de la fonction d'onde, maximisant la portée de la composante la moins liée et donc dominante à la surface du noyau.

3. Analyse de la réaction $^{48}Ca(^{16}O,^{14}C)^{50}Ti$

Cette réaction a été effectuée tout d'abord à Argonne [62], puis à Saclay en collaboration avec G.C. Morrison. L'analyse des résultats obtenus a déjà été publiée [41,42], nous nous limitons ici aux résultats obtenus à l'aide de notre formalisme. Un exemple de spectre en énergie obtenu à 17° avec une énergie de faisceau de 59.5 MeV est présenté sur la figure IV-9.

Les quatre premiers états excités du ^{50}Ti ont les spins $0^+,2^+,4^+$ et 6^+ respectivement et sont décrits par des configurations $|p(1f_{7/2})^2\ J^+\rangle$ relativement pures autour d'un coeur inerte de ^{48}Ca [63]. Aussi pour calculer leurs distributions angulaires, nous supposons que les deux protons sont transférés depuis une configuration pure $|p(1p_{1/2})^2\ 0^+\rangle$ dans l'oxygène vers une configuration pure $|p(1f_{7/2})^2\ J^+\rangle$ dans le noyau résiduel. Les énergies de particules indépendantes sont prises égales à la moitié de l'énergie de séparation des deux protons dans l'oxygène et le titane.

Le potentiel optique est le même dans chacune des voies, il est obtenu à partir du potentiel reproduisant la diffusion élastique $^{16}O + ^{48}Ca$ [62] en augmentant r_o de 1,22 fm à 1,35 fm [42]. L'utilisation du potentiel sans modification conduit à des distributions angulaires théoriques déplacées d'environ 10° vers l'arrière. Une autre façon de ramener les distributions angulaires en phase avec l'expérience consiste à augmenter l'épaisseur a de .49 fm à .70 fm, en gardant r_o constant [41]. Cette modification nécessaire pour reproduire les sections efficaces expérimentales n'est pas liée à nos approximations. G.C. Morrison [41] a analysé les mêmes distributions angulaires avec le programme de DeVries [4] et a du modifier l'épaisseur du potentiel optique pour obtenir un accord avec l'expérience.

Le calcul que nous avons fait dans la section 2-h avec des puits

$E_{^{16}O}$		59.5		48		42		Configuration
E_X	J^π	N	R	N	R	N	R	
0.0	0^+	178	1	200	1	220	1	$(1f^{7/2})^2$
		71	0.39					$\sqrt{.9}(1f^{7/2})^2 + \sqrt{.1}(2p^{3/2})^2$
1.55	2^+	99.7	.560	130	.65	150	.682	$(1f^{7/2})^2$
		53	.298					$\sqrt{.95}(1f^{7/2})^2 + \sqrt{.05}(2p^{3/2})^2$
2.68	4^+	67.6	.380	75	.375	95	.432	$(1f^{7/2})^2$
3.20	6^+	60.5	.340	65	.325			$(1f^{7/2})^2$
4.17	2^+	78.3						
	4^+	117						
4.77	(4^+)	64						
5.8	(4^+)	80						

Tableau IV-6

Facteurs de normalisation entre les sections efficaces DWBA et expérimentales pour les premiers états excités du ^{50}Ti . Ces facteurs sont obtenus en supposant que les deux protons sont transférés depuis une configuration $(1p_{1/2})^2$ vers une configuration $(1f_{7/2})^2$. R montre les déviations de ces facteurs pour les 2^+, 4^+ et 6^+ par rapport au fondamental ($R = N_{excité}/N_{fondamental}$). Avec un petit mélange de $(2p_{3/2})^2$ pour le 0^+ (10%) et le 2^+ (5%), ces rapports R deviennent à peu près semblables.

optiques convolués pour la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$ et le résultat que nous avons obtenu (cf. fig.IV-8) suggèrent que de tels puits devraient permettre de reproduire à la fois les distributions angulaires élastiques et le transfert sans modification des paramètres. Toutefois, il faudrait aussi réanalyser l'élastique avec des puits de Woods-Saxon, en imposant d'emblée une grande épaisseur (a = .7 fm voir a = 1. fm !) et voir s'il serait possible de reproduire le transfert avec ces nouveaux paramètres.

Les distributions angulaires, expérimentales et calculées, obtenues à 59,5 MeV sont reportées sur la figure IV-10. Nous donnons aussi l'analyse des données obtenues à Argonne à d'autres énergies (48 et 42 MeV) sur la figure IV-11. L'accord entre théorie et expérience est en général bon pour les niveaux les plus bas. Pour les états de plus de 4 MeV d'énergie d'excitation, l'accord est moins bon. A mesure que l'énergie du faisceau décroît, les différences s'accentuent, ceci peut être dû au choix du potentiel optique : le rayon r_o a été augmenté pour reproduire les distributions angulaires à 59,5 MeV et c'est le même puits qui est utilisé à 48 et 42 MeV sans autres modifications.

Le tableau IV-6 donne les rapports des sections efficaces expérimentales aux théoriques à différentes énergies et pour différents états. Comme pour le transfert de quatre nucléons sur le ^{54}Fe , ces facteurs de normalisation sont grands. De plus, ils diminuent légèrement à mesure que l'énergie du faisceau augmente. Nous ne pensons pas que ce dernier effet soit imputable à la mauvaise qualité du potentiel optique, car l'analyse[41] des mêmes distributions angulaires avec un programme ne faisant aucune approximation sur le recul[4] donne des facteurs de renormalisation pratiquement identiques pour les trois énergies. La variation de ces facteurs avec l'énergie, observée dans nos calculs, est donc due à l'approximation de masses égales pour les coeurs qui n'est pas vérifiée pour cette réaction (14 contre 48).

A une énergie donnée, 59,5 MeV par exemple, les facteurs de normalisation décroissent de l'état fondamental au 4^+. Entre le 4^+ et le 6^+ , ils sont à peu près identiques. Dans le calcul, nous avons pris une composante pure $(1f_{7/2})^2$. Les remarques que nous avons données dans la section 2-g indiquent qu'une configuration construite sur des orbites $2p_{3/2}$ devrait donner une section efficace plus importante et par suite diminuer les facteurs de normalisation : les orbites $1f_{7/2}$ et $2p_{3/2}$ ont toutes deux des moments j définis par $j = \ell + \frac{1}{2}$ et la fonction d'onde radiale de l'état 2p a un noeud de plus que celle de l'état 1f . Nous avons donc inclus dans les fonctions d'onde des états 0^+ et 2^+ une petite composante $(2p_{3/2})^2$ 0^+ ou 2^+ . Seulement 10% de $(2p_{3/2})^2$ dans la fonction d'onde du fondamental et 5% pour celle du 2^+ suffisent pour obtenir des

facteurs de normalisation à peu près constants du 0^+ au 4^+ . Nous avons là une vérification des règles données précédemment.

Nous ne concluons pas pour autant que les fonctions d'onde qui nous ont permis d'obtenir ces résultats sont les fonctions d'onde des quatre états en question. Il faudrait faire un calcul en modèle des couches pour ces états et utiliser les fonctions d'onde correspondantes. Nous avons simplement montré par un calcul modèle la sensibilité des sections efficaces calculées en fonction du mélange de configurations. La figure IV-12 illustre la façon dont la section efficace dépend du mélange de configurations et explique comment un petit pourcentage de $(2p_{3/2})^2$ peut augmenter considérablement la section efficace et donc diminuer le facteur de normalisation.

Nous avons ainsi un outil nous permettant d'analyser directement les fonctions d'onde du modèle en couches, composante par composante, sans extraction de facteur spectroscopique et sans utilisation de la transformation de Moshinsky.

4. Analyse de la réaction $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}Mo$

Pour cette réaction[45], le spectre en énergie a été mesuré à différents angles et à des énergies de faisceau allant de 51 MeV à 62 MeV [64]. Les distributions angulaires ont la forme caractéristique d'une courbe en cloche centrée autour de l'angle d'effleurement pour des énergies au-dessus de la barrière coulombienne (56 à 62 MeV). En-dessous de la barrière, 51 MeV, le maximum se déplace vers l'arrière.

La partie inférieure de la figure IV-13 montre un spectre obtenu à 80° et à une énergie de faisceau de 56 MeV avec une résolution de 120 keV. La partie supérieure de la figure donne un spectre obtenu à la même énergie et à un angle voisin (85°) mais avec une résolution moins bonne. Leur comparaison montre que si l'aspect général du spectre obéit aux règles semi-classiques de la dépendance en Q [65], la réaction $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}Mo$ n'en est pas moins très sélective à l'intérieur du domaine d'énergie favorisé par le recouvrement entre les ondes optiques dans les deux voies.

a) Analyse en DWBA

Peu d'informations sont connues sur les états du ^{94}Mo au-delà de 4 MeV et les niveaux excités par la réaction ne sont pas identifiés. Aussi afin de comprendre la sélectivité du transfert, nous avons utilisé notre programme

pour déterminer parmi l'ensemble des configurations possibles celles qui sont peuplées préférentiellement.

Comme dans les calculs que nous avons faits pour la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$, nous supposons l'oxygène décrit par une configuration pure

$$|p(1p_{1/2})^2\ 0\ ,\ n(1p_{1/2})^2\ 0\ ;\ 0^+\rangle \qquad \text{(IV.25)}$$

autour d'un coeur inerte de carbone. Les états de parité paire du ^{94}Mo sont décrits dans le schéma de couplage

$$|(pp)\ I\ (nn)\ J\ ;\ K\rangle \qquad \text{(IV.26)}$$

par des configurations pures du type :

$$(g_{9/2})^2\ (d_{5/2})^2\ ,\ (g_{9/2}\ d_{5/2})\ (d_{5/2})^2\ ,\ (d_{5/2})^2\ (d_{5/2})^2\ ,\ (s_{1/2})^2\ (s_{1/2})^2\ ,$$
$$(d_{5/2})^2\ (s_{1/2})^2\ ,\ (s_{1/2})^2\ (d_{5/2})^2\ ,$$

autour du ^{90}Zr considéré comme un coeur fermé et inerte. De même les états de parité impaire sont décrits dans le même schéma de couplage (IV.16) par les configurations pures :

$$(p_{1/2})^{-1}\ (d_{5/2})\ (s_{1/2})^2\ ,\ (p_{1/2})^{-1}\ (d_{5/2})\ (d_{5/2})^2\ ,\ (p_{1/2})^{-1}\ (g_{9/2})\ (d_{5/2})^2\ .$$

Les figures IV-14a et IV-14b montrent les sections efficaces calculées en fonction de l'énergie d'excitation pour différentes configurations pures couplées à 0^+ et à 3^- . Aux autres valeurs du moment angulaire correspondent des courbes similaires. La figure IV-15 donne les sections efficaces en fonction du moment angulaire de la composante. L'aspect général de ces courbes est en accord avec la dépendance en Q observée expérimentalement sur le spectre. Les sections efficaces calculées pour une configuration donnée décroissent d'un ordre de grandeur lorsque le moment angulaire croît de 0^+ à 10^+ . Pour un 2^+ la section efficace est cependant plus importante que pour le 0^+ , mais redécroît si J continue à augmenter. Ceci montre une sélectivité due au spin qui favorise les bas moments angulaires et par suite, les bas moments transférés.

Les configurations étudiées peuvent se classer en trois groupes suivant leur contribution à la section efficace.

1) Le premier groupe comprend les configurations $(2d_{5/2})^4$ et $(2d_{5/2})^2\ (3s_{1/2})^2$ ainsi que les configurations de parité impaire $(2p_{1/2})\ (2d_{5/2})^3$

ou $(2p_{1/2})\,(2d_{5/2})\,(3s_{1/2})^2$ qui donnent les plus grandes sections efficaces calculées.

2) Les configurations de parité paire ou impaire, où l'un des états de protons est remplacé par un état $1g_{9/2}$, donnent une contribution d'un ordre de grandeur plus faible.

3) Avec une contribution encore dix fois moindre, viennent les configurations où les deux protons occupent l'orbite $1g_{9/2}$.

Si dans n'importe laquelle de ces configurations, nous remplaçons une orbite $1g_{9/2}$ ou $2d_{5/2}$, correspondant à un $j = \ell + \frac{1}{2}$, par une orbite $1g_{7/2}$ ou $2d_{3/2}$ $(j = \ell - \frac{1}{2})$, la section efficace calculée diminue de plusieurs ordres de grandeur.

Ces résultats sont en parfait accord avec ceux que nous avons obtenus pour la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$ (cf. section 2-g).

Les premiers états excités observés dans le spectre sont faiblement peuplés, ce qui est enaccord qualitatif à la fois avec la dépendance en Q et avec leur structure : les états 0^+, 2^+ (0,87 MeV) et 4^+ (1,57 MeV) de la bande du fondamental, ainsi que le 3^- à 2,53 MeV sont principalement construits sur une configuration ayant la paire de protons dans l'orbite $1g_{9/2}$.

Les états vus entre 2,7 MeV et 10 MeV avec une intensité au moins dix fois plus grande doivent être formés de configurations dominantes à 3 ou 4 nucléons dans les orbites $3s_{1/2}$ ou $2d_{5/2}$. Si ces configurations étaient distribuées uniformément parmi tous les états possibles dans cette gamme d'énergie, on ne devrait pas observer une succession de pics bien définis en énergie mais un continuum d'états donnant un spectre déterminé uniquement par des arguments semi-classiques liés à l'effet de Q [65]. Ceci souligne l'importance que peut avoir une bonne résolution en énergie dans les réactions de transfert entre ions lourds. Une résolution insuffisante conduit à des spectres explicables par l'effet de Q, une meilleure résolution fait apparaître à l'intérieur de la fenêtre en Q une structure liée aux états du modèle en couches excités par la réaction.

Les paramètres optiques utilisés dans ce calcul ne sont pas ajustés sur la diffusion élastique. Nous avons pris une profondeur du puits réel égale à 50 MeV multiplié par le nombre de particules de l'ion le plus léger (V_r = 16x50 MeV dans la voie d'entrée et V_r = 12x50 MeV dans la voie de sortie), celle du puits imaginaire est de 50 MeV. Les rayons sont définis par la relation (IV.1) avec r_o = 1,1 fm et les épaisseurs a_r et a_i sont prises égales à .65 fm. L'emploi d'un potentiel plus réaliste [66] modifie les valeurs absolues des sections efficaces calculées mais n'introduit aucun changement notable

dans les résultats que nous avons présentés.

Pour cette réaction, nous avons étudié de façon systématique l'influence du choix du rayon du puits de Woods-Saxon définissant les états liés à une particule sans modifier les puits optiques. Pour le 4^+ à 1,57 MeV décrit par une configuration pure $|p(g_{9/2})^2\ J=2\ ,\ n(d_{5/2})^2\ J=2\ ;\ 4^+\rangle$, nous avons fait varier ce rayon de 1,2 fm à 1,5 fm . De 1,2 à 1,25 fm, nous avons une variation de la section efficace d'un facteur 2,5, tandis qu'elle varie de deux ordres de grandeur entre 1,2 et 1,5 fm (voir fig. IV-16). Ceci illustre l'importance du choix des paramètres :

1) avec des paramètres "raisonnables (1,2 ou 1,25 fm), les sections efficaces calculées peuvent être bien en-dessous de l'expérience.

2) il peut exister un choix non réaliste et ad-hoc des paramètres amenant la théorie sur l'expérience. Un tel choix ne peut se justifier a posteriori même par la "qualité" des résultats alors obtenus et peut masquer artificiellement des lacunes dans la théorie (effets de recul ou insuffisance du facteur de forme).

b) Calcul modèle

A partir de ces résultats, nous pouvons estimer le nombre d'états peuplés par la réaction $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}Mo$. Les états du molybdène sont calculés à l'aide du schéma aligné développé par Jaffrin[67] en utilisant les configurations dominantes trouvées ci-dessus. Les états de parité paire sont décrits autour d'un coeur de ^{90}Zr simplifié en supposant la couche fp fermée en protons et la couche $g_{9/2}$ fermée en neutrons. Les quatre particules de valence (2p-2n) interagissent via une force effective et sont placées dans les orbites 1g, 2d, 3s . L'espace de configurations est construit sur les composantes prévues par le schéma aligné. Enfin la projection du moment angulaire est effectuée avant diagonalisation.

Ayant ainsi obtenu les énergies et les mélanges de configurations des états du molybdène, nous déduisons l'intensité avec laquelle chacun de ces états sera excité en pondérant chaque configuration par la section efficace que nous avons obtenue au préalable. Ainsi pour un état de fonction d'onde $\psi = \sum_i a_i \varphi_i$, où les φ_i sont les composantes donnant lieu aux sections efficaces théoriques σ_i , nous définissons la section efficace de l'état ψ par :

$$\sigma = \sum_i |a_i|^2\ \sigma_i \quad . \qquad \text{(IV.27)}$$

Puis nous modifions σ de façon à tenir compte à la fois des effets de Q (voir fig.IV-14) et des effets dus au moment angulaire (voir fig.IV-15). Nous obtenons ainsi un spectre en énergie théorique reporté sur la figure IV-17. La comparaison avec le spectre expérimental donne un accord d'autant plus remarquable que le modèle utilisé est assez grossier. En effet, l'expression (IV.27) suppose les sections efficaces additives, composante par composante, alors que ce sont les amplitudes de transition qui s'ajoutent*. Nous verrons que les termes d'interférence entre composantes négligés dans (IV.27) peuvent jouer un rôle essentiel.

Malgré les imperfections de ce calcul modèle, nous avons là une confirmation de la relation entre la sélectivité de la réaction et la structure nucléaire des états du noyau résiduel. Le modèle que nous avons utilisé constitue un moyen rapide d'obtenir une idée qualitative du spectre théorique. Actuellement Jaffrin[68] calcule les états du molybdène aussi bien de parité paire qu'impaire ; l'analyse systématique de ces fonctions d'onde est en cours.

c) Sensibilité au mélange de configurations

La raison qui nous a poussés à étudier pour cette réaction l'effet du mélange de configurations est la suivante : à Munich, Kienle[69] a mesuré la désexcitation γ des niveaux formés par la réaction $^{90}Zr(^{16}O, ^{12}C\ \gamma)^{94}Mo$. Aucune désexcitation directe significative vers le fondamental n'a été observée. Les niveaux au-dessus de 2,7 MeV se désexcitent par cascades vers les 0^+, 2^+ et 4^+ de la bande du fondamental en passant par des niveaux intermédiaires de configurations connues $p(g_{9/2})^2$, $n(d_{5/2}, g_{7/2})$. Ainsi la structure la plus probable pour les états du ^{94}Mo serait $p(g_{9/2})^2\ n(g_{7/2})^2$. Or, d'après nos calculs, une telle composante donne une contribution négligeable à la section efficace de transfert. Aussi nous avons étudié la variation des sections efficaces calculées pour les fonctions d'onde

$$\psi_{0^+} = a\ |p(g_{9/2})^2\ ,\ n(g_{7/2})^2\ 0^+\rangle \pm \sqrt{1-a^2}\ |(d_{5/2})^4\ 0^+\rangle \qquad \text{(IV.28)}$$

et

$$\psi_{0^+} = a\ |p(g_{9/2})^2\ ,\ n(d_{5/2})^2\ 0^+\rangle \pm \sqrt{1-a^2}\ |(d_{5/2})^4\ 0^+\rangle \qquad \text{(IV.29)}$$

en fonction de l'amplitude a . Dans le premier cas, les deux courbes obtenues suivant le choix de la phase sont pratiquement superposées (voir fig.IV-18). 5% seulement de configuration $(d_{5/2})^4$ dans la fonction d'onde augmentent la section efficace de six ordres de grandeur (de 10^{-8} à 10^{-2}).

---

* Dans ce modèle, les fonctions d'onde $\psi = \varphi_1 \pm \varphi_2$ donnent la même contribution.

Ceci montre que les résultats de Kienle ne sont pas en contradiction avec nos calculs. Les courbes obtenues pour la seconde fonction d'onde (définie par (IV.29)) illustre l'importance éventuelle de la phase relative entre les composantes.

Des trois analyses d'expérience que nous avons présentées (sections 2, 3 et 4) cette dernière est celle qui illustre le mieux

1) la sélectivité de la réaction
2) la relation entre cette sélectivité et la structure du noyau résiduel.
3) la sensibilité des valeurs absolues des sections efficaces calculées aux détails des fonctions d'onde du modèle en couches.

5. Test des approximations

Dans notre formalisme, l'approximation de masses égales pour les coeurs implique une approximation sur le recul* que nous avons rendue responsable

a) des grands rapports entre les sections efficaces expérimentales et théoriques obtenues dans les sections 2 et 3 ,

b) de la variation de ces facteurs de normalisation avec l'énergie du faisceau.

Pour vérifier la validité de cette hypothèse, nous comparons maintenant nos résultats avec ceux obtenus par un programme qui calcule exactement l'intégrale double vectorielle figurant dans l'amplitude de transition, et qui traite correctement les effets de recul (programme LOLA [4]). Rappelons qu'avec ce même programme, l'analyse de la réaction $^{48}Ca(^{16}O,^{12}C)^{50}Ti$ (cf. section 3 et ref.[41]) donne des facteurs de normalisation plus petits que les nôtres et indépendants de l'énergie de la réaction.

Pour cette comparaison, nous choisissons la réaction de transfert de deux neutrons $^{16}O(^{18}O,^{16}O)^{18}O$ conduisant à l'état fondamental de l'^{18}O . Les coeurs ont alors la même masse. Nous nous attendons à obtenir avec notre formalisme des sections efficaces au moins égales à celles données par le calcul "exact", tout au moins à ce que leur rapport ne varie pas avec l'énergie de la réaction.

Afin que la comparaison ait un sens, nous utilisons le même potentiel optique dans les deux calculs. L'^{18}O est décrit par la configuration de neutrons

---

* Voir chapitre II, section 12 la discussion des approximations 4 et 6 .

$$|p\,(1d_{5/2})^2\ 0^+\rangle \qquad \text{(IV.30)}$$

autour d'un coeur inerte d' ^{16}O .

a) Le programme LOLA ne garde que la contribution provenant de l'état relatif Os des deux neutrons transférés. Le facteur spectroscopique est extrait de la fonction d'onde (IV.30), la correction de recul [22,23] du centre de masse de $1'^{16}O$ dans $1'^{18}O$ est incluse :

$$\left(\frac{A}{A-2}\right)^{2N+L} = \left(\frac{18}{16}\right)^{2N+L} \quad . \qquad \text{(IV.31)}$$

Les nombres quantiques N et L du mouvement relatif entre le centre de masse des deux neutrons et celui de l'oxigène sont obtenus à partir de la fonction d'onde (IV.30), soit $N=2$, $L=0$. La fonction d'onde relative est définie asymptotiquement par l'énergie de séparation des deux neutrons. Le potentiel de Woods-Saxon utilisé a le rayon et l'épaisseur :

$$\begin{aligned} R &= r_o\,(16^{1/3} + 2^{1/3}) \\ a &= .65 \text{ fm} \end{aligned} \qquad \text{(IV.32)}$$

avec $r_o = 1{,}2$ fm .

b) Dans notre formalisme, nous partons directement de la fonction d'onde (IV.30) et nous devons déterminer la fonction d'onde de l'orbite $1d_{5/2}$. L'énergie de cet état est prise égale à la moitié de l'énergie de séparation des deux protons de façon à avoir le même comportement asymptotique que ci-dessus. Le potentiel Hartree-Fock intervenant dans le calcul du facteur de forme est aussi du type Woods-Saxon avec le rayon et l'épaisseur donnés par

$$\begin{aligned} R &= r'_o\ 16^{1/3} \\ a &= .65 \text{ fm} \end{aligned} \quad . \qquad \text{(IV.33)}$$

Nous avons déterminé r'_o en imposant que les potentiels aient les mêmes rayons :

$$r'_o\ 16^{1/3} = 1.2\ (16^{1/3} + 2^{1/3}) \quad , \qquad \text{(IV.34)}$$

ce qui conduit à $r'_o = 1{,}8$ fm !

Avec ces paramètres, nous calculons les sections efficaces à l'aide des deux programmes pour des énergies incidentes variant de 15 à 30 MeV . La figure IV-19 montre que la normalisation relative entre les deux courbes théoriques

reste pratiquement constante sur un intervalle d'énergie incluant la barrière coulombienne. Les résultats obtenus avec le programme LOLA ont été multipliés par 60 de façon à superposer les distributions angulaires à 25 MeV . Le même facteur 60 est utilisé aux autres énergies.

Nous avons aussi comparé les dépendances en Q [65] prédites par les deux formalismes pour la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$. Les résultats sont semblables pour une variation de Q de 6 MeV .

De ces comparaisons, il ressort que notre approximation sur les masses des coeurs est bien responsable des défauts de normalisation que nous avons rencontrés dans nos calculs. De plus, la dépendance en Q étant la même dans les deux formalismes, les erreurs que nous faisons sur le recul ne modifie pas les intensités relatives des sections efficaces calculées. Puisque notre facteur de forme est calculé à partir des fonctions d'onde du modèle en couches, nous pouvons donc analyser la structure des états excités par le biais de ces normalisations relatives.

Revenons sur le facteur 60, rapport entre les valeurs des sections efficaces calculées par notre programme et celles calculées par le programme LOLA. L'explication de ce facteur n'est pas simple, car les approximations diffèrent dans les deux cas.

1) Dans notre programme, nous faisons des approximations sur le recul mais nous incluons exactement tous les états internes possibles du fragment transféré.

2) Dans le programme LOLA, les effets de recul sont traités sans approximation puisque l'intégrale vectorielle est calculée exactement, mais seule la contribution de l'état interne Os du fragment transféré est gardée dans l'amplitude de transition.

3) Enfin nous n'avons aucune idée des valeurs expérimentales des sections efficaces que nous avons calculées. C. K. Gelbke et collaborateurs [70] ont étudié la diffusion élastique $^{16}O + ^{18}O$ jusqu'aux angles arrière où l'on peut s'attendre à observer une contribution du transfert des deux neutrons à l'élastique. La difficulté est de séparer chacune des contributions pour pouvoir tester notre programme. L'analyse qu'ils proposent est fondée sur le modèle LCNO développé par Von Oertzen [14].

Nous avons repris la même comparaison pour la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$. Ce cas nous est en principe plus défavorable puisque les masses des coeurs sont loin d'être égales ; l'intérêt est que les résultats expérimentaux existent. Nous avons choisi l'état 0^+ à 3,52 MeV dans le nickel et nous l'avons décrit

$^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni^{*}$, 0^{+} à 3.52 MeV

			$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_c)$	θ_c	$\frac{\sigma_{exp}}{\sigma_{calc}}$
		expérience	45 µB	~ 57°	
SETILL	$r_o A^{1/3}$	$r_o = 1.2$ $a = .65$	.995	62°	45
	$r_o(A+4)^{1/3}$ $r_o = 1.25$	$a = .70$	2.28	62°	20
		$a = .65$	1.71	62°	26
		$a = .60$	1.25	62°	36
LOLA	$r_o(A^{\frac{1}{3}} + 4^{\frac{1}{3}})$ $a = .65$	$r_o = 1.2$	.573	75°	78
		$r_o = 1.$	.129	75°	350
	$r_o A^{1/3}$ $a = .65$	$r_o = 1.25$	.020	75°	2240

Tableau IV-7

Comparaison entre les sections efficaces calculées par différents programmes (SETILL et LOLA), en fonction du choix des paramètres définissant les états liés.

par une configuration pure $(2p_{3/2})^4$. Sur le tableau IV-7 nous donnons :

1) la section efficace expérimentale à l'angle d'effleurement ($\sim 57°$)

2) les valeurs obtenues avec notre programme pour des choix différents des paramètres et à l'angle où la section efficace calculée est maximale ($\sim 62°$)

3) les valeurs calculées par LOLA, toujours à l'angle où la distribution angulaire calculée passe par un maximum (75° cette fois) et pour différents choix du rayon de l'état lié.

Les chiffres que nous donnons sont tous obtenus à partir de l'énergie de séparation d'un alpha pour la détermination des états liés. Même avec un rayon très grand ($r_o(A^{1/3} + 4^{1/3})$ et $r_o = 1{,}2$ fm) , les résultats obtenus par le programme LOLA restent inférieurs aux nôtres. Avec un rayon plus raisonnable ($r_o A^{1/3}$ et $r_o = 1{,}25$ fm), ils sont alors inférieurs d'environ deux ordres de grandeur.

Aux énergies où nous nous sommes placés, au voisinage et peu au-dessus de la barrière coulombienne, il semble donc plus important d'inclure correctement toutes les contributions à l'amplitude de transition, quelle que soit la structure de l'état interne du fragment transféré, que de tenir compte correctement du recul. Les différences qui restent alors entre nos calculs et l'expérience peuvent s'expliquer par notre approximation sur le recul. Il n'est pas nécessaire de faire appel à l'hypothèse suivant laquelle le transfert s'effectue par l'échange d'une particule alpha orbitant autour de chacun des ions.

Enfin les résultats obtenus par le programme LOLA sont très sensibles au choix du rayon des états liés. A plus haute énergie, cette sensibilité s'atténue et la différence entre théorie et expérience diminue[71].

6. Structure du facteur de forme - Calcul modèle

Nous nous proposons de revenir sur les rapports entre les sections efficaces correspondant à des configurations $(j = \ell + \frac{1}{2})^4$ et $(j = \ell - \frac{1}{2})^4$. Dans la section 2, nous avions trouvé un rapport de normalisation de :

$$\frac{\sigma\left[(2p_{3/2})^4\right]}{\sigma\left[(2p_{1/2})^4\right]} \sim 4.10^6 \qquad \text{(IV.35)}$$

alors que le rapport des facteurs spectroscopiques est de 5 seulement. Ces résultats ont été obtenus pour l'état 0^+ à 3,52 MeV dans le nickel, excité par la réaction $^{54}Fe(^{16}O, ^{12}C)^{58}Ni$. La figure IV-20 donne les deux facteurs de forme calculés pour les configurations $(2p_{1/2})^4$ et $(2p_{3/2})^4$. La différence entre les

deux facteurs de forme permet d'appréhender l'origine de ce rapport : le facteur de forme calculé avec la configuration $(2p_{3/2})^4$ est beaucoup plus important que l'autre dans la région de surface. Au contraire, dans la région interne, c'est celui calculé avec la configuration $(2p_{1/2})^4$ qui domine.

Nous avons vérifié que la région interne du facteur de forme ne contribue pas à l'amplitude de transition à cause de l'absorption due au potentiel optique. Pour cela nous avons introduit dans le calcul de l'amplitude de transition un rayon de coupure que nous avons fait varier depuis 0 fm, par pas de .5 fm, jusqu'à 6.5 fm, soit jusqu'à une valeur légèrement inférieure à la somme des rayons $R_{16_O} + R_{54_{Fe}} \sim 7.$ fm . Nous n'avons observé aucun changement dans la distribution angulaire : la forme et les valeurs absolues ne sont pas modifiées. Pour un rayon de coupure de 6,5 fm, des modifications non significatives apparaissent aux petits et aux grands angles (voir fig.IV-21).

La région interne du facteur de forme ne contribue donc pas à l'amplitude de transition. La partie asymptotique ne peut non plus expliquer le facteur 4.10^6 . En effet le rapport des facteurs de forme dans cette région est environ 16, par conséquent si seule la région asymptotique contribuait à l'amplitude de transition, on devrait s'attendre à un rapport de 256 entre les sections efficaces et non pas de 4.10^6 (voir fig.IV-20).

C'est donc bien la région de surface qui est responsable de cet effet. Il nous reste maintenant à comprendre pourquoi les facteurs de forme ont des comportements si différents dans cette région.

Revenons à l'expression du facteur de forme :

$$f(\bar{\rho}) = \int \psi_1^*(\bar{r}_1)\, U(\bar{r}_1)\, \psi_1,(\bar{r}_1-\bar{\rho})\, d\bar{r}_1 \int \psi_2^*(\bar{r}_2)\, \psi_2,(\bar{r}_2-\bar{\rho})\, d\bar{r}_2$$
$$\times \int \psi_3^*(\bar{r}_3)\, \psi_3,(\bar{r}_3-\bar{\rho})\, d\bar{r}_3 \int \psi_4^*(\bar{r}_4)\, \psi_4,(\bar{r}_4-\bar{\rho})\, d\bar{r}_4 + \ldots \quad , \qquad \text{(IV.36)}$$

où $\psi_1,..,\psi_4$ sont les fonctions d'onde des orbites individuelles des états $2p_{1/2}$ ou $2p_{3/2}$ du ^{58}Ni et $\psi_1',..,\psi_4'$ sont celles des états $1p_{1/2}$ de l'^{16}O . $f(\bar{\rho})$ est la somme de quatre termes similaires à celui écrit dans l'équation (IV.36) suivant que le potentiel U agit sur les particules 1,2,3 ou 4. Il y a aussi des termes dus à l'antisymétrisation. Nous avons omis tous les coefficients géométriques de recouplage.

Le potentiel U et ces coefficients mis à part, f apparaît comme la puissance quatrième d'un facteur de forme pour le transfert d'un nucléon. Nous donnons sur la figure IV-22 les deux facteurs de forme à un nucléon pour les états $2p_{1/2}$ et $2p_{3/2}$. Entre ces deux courbes, nous retrouvons exactement la différence

que nous avions observée pour les facteurs de forme de quatre nucléons : dans la région de surface, la contribution de l'état $2p_{3/2}$ est largement dominante. Par suite ce n'est ni le potentiel U ni les coefficients géométriques de recouplage qui sont responsables du grand rapport $\sigma(2p_{3/2})^4 / \sigma(2p_{1/2})^4$. Celui-ci se comporte comme la puissance quatrième du rapport des sections efficaces pour le transfert d'un nucléon.

On sait par ailleurs[72] que pour le transfert d'un nucléon induit par l'oxygène, les états $j = \ell + \frac{1}{2}$ sont préférentiellement peuplés. Une explication semi-classique de ce résultat a été donnée[73]. Les ℓ transférés, partant d'une orbite $p_{1/2}$ sont $\ell = 0,1$ pour un état final $2p_{1/2}$ et $\ell = 1,2$ pour un état final $2p_{3/2}$ ($\ell = 2,3$ pour $1f_{5/2}$ et $\ell = 3,4$ pour $1f_{7/2}$). La valeur $\ell = 1$ est éliminée par l'approximation sur le recul.

Nous dérivons maintenant un facteur de forme modèle pour montrer

1) comment interviennent les ℓ transférés pour un seul nucléon dans le cas d'un transfert de plusieurs particules.

2) la contribution des états internes au fragment transféré qui sont négligés lorsqu'on se limite à la structure interne Os .

Nous nous limitons au transfert de deux nucléons pour la simplicité des formules. Le potentiel U n'est pas responsable des déviations observées par rapport au modèle où les deux nucléons sont transférés avec un mouvement relatif Os, aussi nous introduisons le facteur de forme modèle,

$$f(\bar{\rho}) = \int d\bar{r}_1 \; \psi_1^*(\bar{r}_1) \; \psi_1,(\bar{r}_1-\bar{\rho}) \int d\bar{r}_2 \; \psi_2^*(\bar{r}_2) \; \psi_2,(\bar{r}_2-\bar{\rho}) \quad , \qquad \text{(IV.37)}$$

où U est omis.

Comme c'est la région de surface qui nous intéresse, nous remplaçons les fonctions d'onde individuelles ψ par des fonctions de l'oscillateur harmonique, supposant que ces dernières reproduisent suffisamment bien les fonctions d'onde "exactes" à la surface des noyaux. Le facteur de forme peut se calculer de deux façons différentes.

a) Intégration sur $\bar{r}_1$ et sur $\bar{r}_2$

Reprenons l'expression (III.32) du facteur de forme :

$$f(\bar{\rho}) = (-)^{I'+M'} \sum_K \frac{\sqrt{4\pi}}{2K+1} \begin{bmatrix} I & I' & K \\ M & -M' & m \end{bmatrix} Y_K^{m^*}(\hat{\rho}) \; \langle I \| \mathcal{T}^K(\rho) \| I' \rangle \quad . \qquad \text{(IV.38)}$$

Avec les fonctions d'onde $|(n\ell j)^2\ 0\rangle$ et $|(n'\ell'j')^2\ 0\rangle$, les moments angulaires I, I', K sont nuls et cette expression se simplifie

$$f(\bar{\rho}) = \langle (jj)\ 0 \| T^0(\rho) \| (j'j')\ 0 \rangle \quad . \tag{IV.39}$$

Soit, en utilisant les techniques de calcul décrites au chapitre III :

$$f(\bar{\rho}) = \sum_{\lambda} \begin{bmatrix} \lambda & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} j' & j' & 0 \\ \lambda & \lambda & 0 \\ j & j & 0 \end{Bmatrix} \langle j \| T^{\lambda}(\rho) \| j' \rangle^2 \quad , \tag{IV.40}$$

ou encore

$$f(\bar{\rho}) = \sum_{\lambda} \langle \lambda\ \lambda\ 0\ 0 | 0\ 0 \rangle \frac{1}{\hat{j}\ \hat{j}'\ \hat{\lambda}} \langle j \| T^{\lambda}(\rho) \| j' \rangle^2 \quad , \tag{IV.41}$$

et enfin

$$f(\bar{\rho}) = \sum_{\lambda} \langle \lambda\ \lambda\ 0\ 0 | 0\ 0 \rangle \sqrt{\frac{(2j+1)(2j'+1)}{(2\lambda+1)}} \begin{Bmatrix} \ell & \ell' & \lambda \\ j' & j & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle \ell \| T^{\lambda}(\rho) \| \ell' \rangle^2 \tag{IV.42}$$

Le facteur de forme est donc bien le produit de deux facteurs de forme réduits à un nucléon, les multipôles transférés pour chaque nucléon sont tous deux égaux à λ et se recouplent au moment transféré pour les deux nucléons, soit 0.

Comme nous avons remplacé les fonctions d'onde par des fonctions de l'oscillateur harmonique et supprimé le potentiel U, nous pouvons effectuer la transformation de Moshinsky pour faire apparaître explicitement la contribution de chaque état relatif des deux nucléons transférés.

b) Intégration sur $\bar{r}$ et $\bar{R}$

Le facteur de forme (IV.39) peut se récrire, après passage du couplage j-j au couplage L.S.

$$f(\bar{\rho}) = \sum_{LL'} (2j+1)(2j'+1)(2L+1)(2L'+1) \begin{Bmatrix} \ell & \frac{1}{2} & j \\ \ell & \frac{1}{2} & j \\ L & L & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell' & \frac{1}{2} & j' \\ \ell' & \frac{1}{2} & j' \\ L' & L' & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\times \langle (\ell\ell)L\ (\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2})L\ 0 \| T^0(\rho) \| (\ell'\ell')L'\ (\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2})L'\ 0 \rangle$$

Soit

$$f(\bar{\rho}) = \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} \sum_{L=0}^{1} \sqrt{2L+1} \begin{Bmatrix} \ell & \ell & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell' & \ell' & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j' \end{Bmatrix} \langle (\ell\ell)L \| T^0 \| (\ell'\ell')L \rangle \quad . \tag{IV.43}$$

La transformation de Moshinsky conduit à :

$$f(\bar{\rho}) = \sum_{L=0}^{1} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)(2L+1)} \begin{Bmatrix} \ell & \ell & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell' & \ell' & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j' \end{Bmatrix} \sum_{\nu\,\lambda} \langle \nu\,\lambda\, N\,\ell \,|\, n\ell n\ell\, L \rangle$$

$$\times \langle \nu\,\lambda N'\ell | n'\ell' n'\ell' L \rangle \langle (\lambda\ell)L \,\|\, T^{o} \,\|\, (\lambda\ell)L \rangle$$

Soit enfin

$$f(\bar{\rho}) = \sum_{L=0,1} (-)^{\ell+\frac{1}{2}+j+\ell'+\frac{1}{2}+j'} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)(2L+1)} \begin{Bmatrix} \ell & \ell & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell' & \ell' & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j' \end{Bmatrix} \tag{IV.44}$$

$$\times \sum_{\nu\,\lambda\,\ell} \langle \nu\,\lambda N\,\ell \,|\, n\ell n\ell L \rangle \langle \nu\,\lambda N'\ell | n'\ell' n'\ell' L \rangle \sqrt{\frac{2L+1}{2\ell+1}} \langle N\,\ell \,\|\, T^{o}(\rho) \,\|\, N'\ell \rangle \quad .$$

Remarquons que la somme $\lambda + \ell$ doit être paire et que ces deux moments angulaires se recouplent à L qui est soit 0, soit 1, il s'ensuit que $\lambda = \ell$. Enfin les règles de symétrie sur les coefficients de Moshinsky imposent $L + \ell$ pair, L est donc déterminé par la seule connaissance de λ : λ pair $L = 0$, λ impair $L = 1$. De même, une fois ν et λ fixés, N et N' sont fixés. D'où

$$f(\bar{\rho}) = \sum_{\nu\,\lambda} (-)^{\ell+\frac{1}{2}+j+\ell'+\frac{1}{2}+j'} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)(2L+1)} \begin{Bmatrix} \ell & \ell & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell' & \ell' & L \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j' \end{Bmatrix} \tag{IV.45}$$

$$\times \sqrt{\frac{2L+1}{2\lambda+1}} \langle \nu\,\lambda N\,\lambda \,|\, n\ell n\ell L \rangle \langle \nu\,\lambda N'\lambda | n'\ell' n'\ell' L \rangle \langle N\,\lambda \,\|\, T^{o} \,\|\, N'\lambda \rangle \quad .$$

Nous avons mis le facteur de forme $f(\bar{\rho})$ sous la forme d'une somme dont chaque terme correspond à la contribution d'un état relatif donné des deux nucléons :

$$f = f_{Os} + f_{(*)} \quad . \tag{IV.46}$$

avec

$$f_{Os} = \frac{1}{2} \left[\frac{(2j+1)(2j'+1)}{2(2\ell+1)(2\ell'+1)} \right]^{1/2} \langle 0,0,N=2n+\ell,0 \,|\, n\ell n\ell 0 \rangle \langle 0,0,N'=2n'+\ell',0 \,|\, n'\ell' n'\ell' 0 \rangle$$

$$\times \langle 2n+\ell,0 \,\|\, T^{o}(\rho) \,\|\, 2n'+\ell',0 \rangle \quad . \tag{IV.47}$$

c) Résultats

Remarquons tout d'abord que les deux expressions (IV.42) et (IV.45) sont strictement équivalentes. Nous avons calculé le facteur de forme pour une fonction d'onde $|(1p_{1/2})^2\ 0^+\rangle$ et une fonction d'onde $|(n\ell j)^2\ 0^+\rangle$ où $|n\ell j\rangle$ est un état quelconque de la couche fp. Trois états relatifs sont alors possibles

pour les deux nucléons transférés :

1) $|0s\rangle$: $\nu = 0$, $\lambda = 0$

$$f_{0s} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2(2j+1)}{3(2\ell+1)}}\ \langle 0010|0101 0\rangle\langle 0030|n\ell n\ell 0\rangle\langle 10\|T^{0}(\rho)\|30\rangle \qquad \text{(IV.48)}$$

2) $|0p\rangle$: $\nu = 0$, $\lambda = 1$

$$f_{0p} = (-)^{\ell+\frac{1}{2}+j}\sqrt{6(2j+1)}\begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} \ell & \ell & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j\end{Bmatrix}\langle 0101|0101,1\rangle\langle 0121|n\ell n\ell,1\rangle$$

$$\times\ \langle 01\|T^{0}\|21\rangle \qquad \text{(IV.49)}$$

3) $|1s\rangle$: $\nu = 1$, $\lambda = 0$

$$f_{1s} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2(2j+1)}{3(2\ell+1)}}\ \langle 1000|0101,0\rangle\langle 1020|n\ell n\ell,0\rangle\langle 10\|T^{0}\|20\rangle \quad . \qquad \text{(IV.50)}$$

Pour des états finaux $j = \ell + \frac{1}{2}$, les deux derniers termes s'ajoutent au premier de façon cohérente. Au contraire si $j = \ell - \frac{1}{2}$ les deux derniers termes ont des phases différentes.

Sur la figure IV-23. f_{0s} est reporté pour les configurations $(2p_{3/2})^2$ et $(2p_{1/2})^2$. La différence entre ces deux courbes est simplement le rapport entre les amplitudes spectroscopiques

$$\frac{A(2p_{3/2})^2}{A(2p_{1/2})^2} = \sqrt{2} \quad . \qquad \text{(IV.51)}$$

La contribution des états relatifs Op et 1s est complètement différente suivant la configuration. Pour l'état $(2p_{3/2})^2$ nous observons une diminution du facteur de forme dans la région interne (qui ne contribue pas à l'amplitude de transition) et une augmentation dans la région de surface. L'effet contraire s'observe pour la configuration $(2p_{1/2})^2$. La figure IV-24 montre un résultat similaire entre les configurations $|(1f_{5/2})^2\ 0^+\rangle$ et $|(1f_{7/2})^2\ 0^+\rangle$.

Le rapport 4.10^6 entre les sections efficaces calculées pour les configurations $(2p_{3/2})^4$ et $(2p_{1/2})^4$ pour l'état 0^+ à 3,52 MeV du nickel provient donc des configurations internes autres qu'alpha du fragment transféré. Ce résultat peut s'interpréter différemment si l'on regarde l'expression (IV.36) (ou (IV.42), du facteur de forme où nous effectuons l'intégration sur les coor-

données individuelles des nucléons : dans les intégrales à un nucléon, les moments transférés sont

$$\begin{aligned} {}^1p_{1/2} &\rightarrow {}^2p_{1/2} \qquad \lambda = 0 \\ {}^1p_{1/2} &\rightarrow {}^2p_{3/2} \qquad \lambda = 2 \\ {}^1p_{1/2} &\rightarrow {}^1f_{5/2} \qquad \lambda = 2 \\ {}^1p_{1/2} &\rightarrow {}^1f_{7/2} \qquad \lambda = 4 \quad . \end{aligned} \tag{IV.52}$$

C'est cette différence , $j = \ell \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda = \ell \pm 1$, qui explique le rapport calculé. La limitation à la structure alpha du fragment transféré est donc loin d'épuiser la contribution de chacun de ces ℓ transférés.

Il est important de remarquer que, dans nos calculs, nous sommes toujours partis d'orbites ${}^1p_{1/2}$ ($j = \ell - \frac{1}{2}$) pour décrire l'oxygène. Si nous remplaçons cette orbite par un état ${}^1p_{3/2}$, les ℓ transférés à une particule sont différents, par exemple :

$$\begin{aligned} {}^1p_{3/2} &\rightarrow {}^2p_{1/2} \qquad \ell = 0 \\ {}^1p_{3/2} &\rightarrow {}^2p_{3/2} \qquad \ell = 0,2 \\ {}^1p_{3/2} &\rightarrow {}^1f_{5/2} \qquad \ell = 2,4 \\ {}^1p_{3/2} &\rightarrow {}^1f_{7/2} \qquad \ell = 2,4 \quad . \end{aligned}$$

Nous nous attendons dans ce cas à ce que les rapports des sections efficaces calculées entre des configurations $(2p_{3/2})^2$ et $(2p_{1/2})^2$ soient de l'ordre de grandeur des facteurs spectroscopiques correspondants, voir plus petits. La figure IV-25 illustre ce résultat. Enfin, pour des fonctions d'onde du mélange de configurations construites à la fois sur des états individuelles $j = \ell + \frac{1}{2}$ et $j = \ell - \frac{1}{2}$, les résultats que nous avons obtenus seront certainement moins marqués, mais permettront de prévoir, parmi l'ensemble des configurations, celles qui donneront une contribution dominante à la section efficace.

Les règles de sélection des composantes que nous avons données dans la section 2-g ne sont donc valables que pour des transferts induits par l'oxygène. Pour les réactions (^{16}O,^{12}C), la fonction d'onde réaliste de l'oxygène [74] inclut des composantes dans la couche sd . Les configurations qui s'introduisent alors peuvent être construites par exemple sur des orbites $d_{5/2}$ et $s_{1/2}$ ($j = \ell + \frac{1}{2}$), ce qui pourra diminuer l'importance de ces règles de sélection.

Les approximations sur le recul éliminent un certain nombre de multipôles transférés en exigeant la conservation de la parité. Par exemple, entre

les orbites $1p_{1/2}$ et $2p_{3/2}$, les multipôles transférés possibles sont $\lambda = 1,2$. Notre programme ne conserve que le multipôle $\lambda = 2$. L'importance de ces termes ($\lambda=1$) a été établie à plus haute énergie de faisceau pour les réactions de transfert d'une particule[36,75]. Pour un transfert de deux nucléons depuis un état $|(1p_{1/2})^2\ 0^+\rangle$ vers un état $|(2p_{3/2})^2\ 0^+\rangle$, le seul multipôle transféré possible est $\lambda = 0$. On pourrait donc croire que ce programme ne fait pas d'approximations dans ce cas. En fait, le multipôle transféré pour deux nucléons est le recouplage de deux multipôles pour chacun des ions : $\lambda = 1,2$. Il y a donc en principe deux termes qui contribuent au facteur de forme ; chacun d'eux correspond au recouplage à 0 , soit du terme $\lambda = 1$, soit du terme $\lambda = 2$ (cf. eq.(IV.42)). Seul le terme $\lambda = 2$ est conservé à cause de nos approximations sur le recul.

CONCLUSION

Dans les réactions de transfert entre ions lourds, nous avons vu comment, à l'aide de notre formalisme, les fonctions d'onde du modèle des couches pouvaient être analysées directement, composante par composante. Les calculs exposés dans le chapitre IV sont essentiellement des calculs modèles : nous avons toujours remplacé les fonctions d'onde du modèle des couches par une composante unique, parfois par un mélange de deux composantes. Il reste donc à utiliser des fonctions d'onde plus complètes. Le calcul que nous avons fait pour le spectre d'excitation du molybdène se place à mi-chemin entre un calcul modèle et un calcul complet.

Il est cependant possible de faire dès à présent plusieurs remarques.

Pour une fonction d'onde donnée, il peut exister un choix des paramètres définissant les états liés qui permet de reproduire les valeurs expérimentales. Ce choix ad-hoc est en général non physique (rayon trop grand par exemple) et peut masquer artificiellement soit un défaut du formalisme, soit un traitement incomplet des fonctions d'onde. Cette remarque s'applique de façon générale à tout calcul négligeant les effets de recul ou supposant le fragment transféré dans un état interne Os .

Indépendamment de la sensibilité aux différents paramètres, nous avons observé une hiérarchie d'effets liés au moment angulaire des états individuels peuplés par la réaction ($j = \ell \pm \frac{1}{2}$) . Ces effets diffèrent suivant le choix du projectile. L'analyse d'un transfert de deux nucléons, par exemple, sur une cible donnée sera donc plus complète si ce transfert est réalisé à l'aide de plusieurs projectiles.

Pour les transferts de quatre particules, nous n'avons trouvé aucune évidence nous permettant d'affirmer que le processus repose sur l'échange d'une particule alpha (mouvement interne Os). Les écarts restants entre théorie et expérience peuvent être imputables en partie aux approximations faites dans notre formalisme, mais surtout à notre description simplifiée des noyaux par des fonctions d'onde réduites à une seule composante. Des fonctions d'onde plus complètes mettent en jeu des composantes plus importantes à la surface des noyaux, ce qui peut entraîner une augmentation du facteur de forme dans la région de surface. Or c'est de là que provient la principale contribution à l'amplitude de transition.

Dans ce travail nous avons admis que les fonctions d'onde du modèle des couches étaient suffisantes pour décrire le transfert lorsque le centre de masse des particules transférées est à la surface du noyau. Les corrélations existant entre les nucléons transférés à la surface sont donc implicitement supposées être contenues dans la fonction d'onde ; n'ayant pour l'instant pas de meilleure description des états liés, nous n'avons pu tester la justesse de cette hypothèse.

En résumé, nous avons obtenu un outil nous permettant d'analyser les fonctions d'onde telles qu'on peut les rencontrer dans la littérature et sans faire d'approximations sur celle-ci. Même si le traitement de la cinématique reste approchée, nous pourrons comparer valablement les résultats obtenus pour différentes fonctions d'onde et ainsi tenter de confirmer ou d'infirmer des modèles spectroscopiques permettant de décrire les noyaux.

La partie théorique de ce travail ayant été largement discutée dans la conclusion du chapitre II, nous n'allons indiquer maintenant que les développements éventuels de notre formalisme et ses possibilités d'application à des cas non analysés dans ce travail.

Rappelons tout d'abord que la méthode de la coordonnée génératrice nous a seulement servi d'étape intermédiaire pour introduire exactement les fonctions d'onde du modèle en couches dans l'amplitude de transition. C'est, à notre avis, la seule méthode pratique pour arriver à ce résultat.

Nous nous proposons de modifier notre programme pour pouvoir traiter le cas du transfert d'un nucléon. L'originalité de notre formalisme réside dans la possibilité d'introduire exactement les fonctions d'onde du modèle des couches dans l'amplitude de transition. C'est ce qui nous a conduit, dans un premier temps, à n'examiner que les transferts de deux et de quatre nucléons. En fait, l'analyse du transfert d'un nucléon devrait permettre de tester plus précisément le traitement de la cinématique de la réaction ; en particulier, une analyse de la forme analytique des potentiels optiques devient possible puisque les imprécisions sur les fonctions d'onde des états liés sont en principe éliminées.

Par ailleurs, l'approximation 4 suppose les coeurs de masses comparables, ce qui n'est pas toujours vrai. Aussi nous avons essayé de nous en affranchir. Le calcul exact étant à l'heure actuelle hors de question, nous avons cherché d'autres approximations. Aucune n'est pleinement satisfaisante du point de vue théorique et leur interprétation physique est souvent loin d'être claire. Cependant, dans le domaine d'énergie situé au voisinage de la barrière coulom-

bienne, nous pensons qu'il est possible de se ramener, pour le calcul de l'amplitude de transition, à une intégrale simple vectorielle par une approximation judicieusement choisie. Si dans l'immédiat nous conservons l'approximation 4, c'est que, parmi toutes les approximations possibles que nous avons trouvées, c'est celle qui nous paraît la plus raisonnable. De plus nous avons acquis la conviction que ce n'est pas seulement à ce niveau du formalisme qu'il nous faut chercher des améliorations : dès le début, nous avons supposé que les mouvements des centres de masse des ions autour des centres de modèle en couches peuvent se décrire par des paquets d'onde gaussiens dont les longueurs caractéristiques varient comme l'inverse de la racine carrée du nombre de masse (approximation 1). Cette dernière hypothèse est en contradiction avec la loi en $A^{1/3}$ qui relie les rayons des noyaux et les nombres de masse. C'est donc sur l'approximation 1 que nous comptons porter nos efforts, une modification éventuelle de celle-ci pouvant rendre caduque toute discussion de l'approximation 4 telle que nous l'avons énoncée au chapitre II.

REFERENCES

[1] - N.F. MOTT, H.S. MASSEY, "The Theory of Atomic Collisions", Clarendon Press, Oxford, 1933.

[2] - Voir par exemple les Comptes Rendus du Symposium "Diffusion entre Ions Lourds", Argonne, 25-26 mars 1971, ANL 7837.

[3] - T. KAMMURI, H. YOSHIDA, Nucl. Phys. A129 (1969) 625.

[4] - J.L. PERRENOUD, R.M. DEVRIES, Phys. Lett. 36B (1971) 18.

[5] - N. AUSTERN, R.N. DRISKO, E.C. HALBERT, G.R. SATCHLER, Phys. Rev. 133 (1964) B3.

[6] - M.H. MACFARLANE, Communication privée.
E. ELBAZ, J. MEYER, R.S. NAHABETIAN

[7] - T. SAWAGURI, W. TOBOCMAN, J. Math. Phys. 8 (1967) 2223.

[8] - P.J.A. BUTTLE, L.J.B. GOLDFARB, Nucl. Phys. 78 (1966) 409.

[9] - D. TRAUTMANN, K. ALDER, Helv. Phys. Acta 43 (1970) 363.

[10] - A. DAR, Phys. Rev. 139 (1965) B1193 ;
A. DAR, B. KOZLOWSKI, Phys. Rev. Lett. 15 (1965) 1036.

[11] - G. BREIT, M.E. EBEL, Phys. Rev. 103 (1956) 679 ;
G. BREIT, K.W. CHUN, H.G. WAHSWEILER, Phys. Rev. 133 (1964) B404.

[12] - G. BREIT, M.E. EBEL, Phys. Rev. 104 (1956) 1030.

[13] - R.A. BROGLIA, A. WINTHER, Phys. Report 4C (1972) 153 et références citées.

[14] - W.VON OERTZEN, Nucl. Phys. A148 (1970) 529 ;
H.G. BOHLEN, B. GEBAUER, N. MARQUARDT, W. VON OERTZEN, E.E. HABIB, B. KOHLMEYER, J. Physique (Paris) Colloque 32, C6 (1971) 141 ;
W. VON OERTZEN, W. NÖRENBERG, à paraître.

[15] - K. DIETRICH, K. HARA, F. WELLER, Phys. Lett. 35B (1971) 201 ;
J. Physique (Paris) Colloque 32, C6 (1971) 183.

[16] - B.D. JOSEPHSON, Phys. Lett. 1 (1962) 251 ; Rev. Mod. Phys. 36 (1964) 216.

[17] - Ces approximations se retrouvent dans tous les travaux cités (voir ref. 3,4,7,8).

[18] - D.M. BRINK dans "Many-Body Description of Nuclear Structure and Reactions" Varenne 1965.

[19] - M. MOSHINSKY, Nucl. Phys. 13 (1959) 104 ;
T.A. BRODY, M. MOSHINSKY, "Tablas de Paréntesis de Transformación", Universidad de México (1960).

[20] - Yu. F. SMIRNOV, Nucl. Phys. 27 (1961) 177 ; 39 (1962) 346 ;
M.M. BAKRI, Nucl. Phys. A96 (1967) 115 ; A96 (1967) 377.

[21] - T. UNE, T. YAMASAKI, S. YAMAJI, H. YOSHIDA, non publié ; voir aussi ref.[3].

[22] - I. ROTTER, Nucl. Phys. A135 (1969) 378 ; J. Physique (Paris) C6 (1971) 113.

[23] - M. ICHIMURA, A. ARIMA, E.C. HALBERT, T. TERASAWA, preprint Stony Brook.
D. KURATH, "Symposium on Heavy-Ion Transfer Reactions", mars 1973, Argonne.

[24] - R. BOCK, H. YOSHIDA, Nucl. Phys. A189 (1972) 177.

[25] - F. SCHMITTROTH, W. TOBOCMAN, A.A. GOLESTANEH, Phys. Rev. C1 (1970) 377.

[26] - Voir Ref.[41] une analyse de la réaction $^{48}Ca(^{16}O,^{14}C)^{50}Ti$ à l'aide du programme RDRC de W. TOBOCMAN [7].

[27] - A. BALTZ, S. KAHANA, Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 1267.

[28] - A. ROBERTS, Nucl. Phys. A196 (1972) 465.

[29] - D.L. HILL, J.A. WHEELER, Phys. Rev. 89 (1953) 1102 ;
J.J. GRIFFIN, J.A. WHEELER, Phys. Rev. 108 (1957) 311.

[30] - P. BONCHE, B. GIRAUD, Nucl. Phys. A199 (1973) 160.

[31] - Voir par exemple B. GIRAUD, Nucl. Phys. 71 (1965) 373 ;
P. FEDERMAN, B. GIRAUD, D. ZAIKINE, Nucl. Phys. A102 (1967) 81.

[32] - R. SCHAEFFER, Communication privée.

[33] - B. GIRAUD, J.C. HOCQUENGHEM, A. LUMBROSO, Session d'Etudes de La Toussuire 1971.

[34] - D.M. BRINK, "Lectures at Orsay", non publié ;
H. HORIUCHI, Progr. Theor. Phys. 43 (1970) 375 ;
F. TABAKIN, Nucl. Phys. A182 (1972) 497 ;
N. de TAKACSY, Phys. Rev. C5 (1972) 1883 ;
D. ZAIKINE, Nucl. Phys. A170 (1971) 584 ;
C.W. WONG, Nucl. Phys. A197 (1972) 193 ;
T. YUKAWA, Phys. Lett. 38B (1972) 1 ;

[34] - J.A. WHEELER, Phys. Rev. 52 (1937) 1083 ;
K. WILDERMUTH, Th. KANELLOPOULOS, CERN Report 59-63, 6934 ;
K. WILDERMUTH, N. Mc CLURE, "Cluster Representation of Nuclei", Springer Verlag, 1966 ;
V.G. NEUDACHIN, Yu.F. SMIRNOV, "Clusters in Light Nuclei", Science editions, MOSCOU 1969.

[35] - D. SLANINA, H. McMANUS, Nucl. Phys. A116 (1968) 271 ; voir aussi Refs.[60] et [61] .

[36] - R.M. DEVRIES, K.I. KUBO, Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 325.

[37] - L.R. DODD, K.R. GREIDER, Phys. Rev. Lett. 14 (1965) 959.

[38] - A. MESSIAH, Mécanique Quantique, tome 2, Appendice C, Dunod, Paris 1964.

[39] - P. BONCHE, programme SETILL, non publié.

[40] - R. SCHAEFFER, J. RAYNAL, DWBA 70, Rapport CEA.

[41] - G.C. MORRISON, J. Physique (Paris) C5 (1971) 111.

[42] - M.C. LEMAIRE, Physics Report 7C (1973) 281.

[43] - P. BONCHE, B. GIRAUD, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 1720.

[44] - P. BONCHE, B. GIRAUD, A. CUNSOLO, M.C. LEMAIRE, M.C. MERMAZ, J.L. QUEBERT, Phys. Rev. C6 (1972) 177.

[45] - P. BONCHE, Y. CASSAGNOU, H. FARAGGI, A. JAFFRIN, R. LEGRAIN, G.C. MORRISON, A. PAPINEAU, "Symposium on Heavy-Ion Transfer Reactions", mars 1973, Argonne.

[46] - J.C. FAIVRE, H. FARAGGI, J. GASTEBOIS, B.G. HARVEY, M.C. LEMAIRE, M.C. MERMAZ, A. PAPINEAU, Phys. Lett. 24 (1970) 1188 ; Ann. Phys.(N.Y.) 66 (1971) 905.

[47] - E. COTTON, L. BIANCHI, A. PAPINEAU, Colloque d'Aix-en-Provence, Supplément au J. Physique 2 (1972) 82.

[48] - G. BRUGE, A. CHAUMEAUX, R.M. DEVRIES, G.C. MORRISON, Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 295.

[49] - M. INOUE, Nucl. Phys. A119 (1968) 449.

[50] - P. BEUZIT, R. BALLINI, J. DELAUNAY, I. FODOR, J.R. FOUAN, J. GASTEBOIS, J. Physique (Paris) C6 (1971) 139.

[51] - G.C. MORRISON, Communication privée ;
R.A. LINDGREN, R.G. MARKHAM, H.W. FULBRIGHT, G.C. MORRISON, "Symposium on Heavy-Ion Transfer Reactions" mars 1973, Argonne.

[52] - J. RAYNAL, Rapport CEA DPh-T/69-42 (Saclay).

[53] - G. IGO, R.M. THALER, Phys. Rev. 106 (1957) 126.

[54] - M.C. LEMAIRE, M.C. MERMAZ, H. SZTARK, "Symposium on Heavy-Ion Transfer Reactions", mars 1973, Argonne.

[55] - G.H. RAWITSCHER, Phys. Rev. C6 (1972) 1212.

[56] - G.W. GREENLEES, G.J. PYLE, Y.C. TANG, Phys. Rev. 171 (1968) 1115 ; P. MAILANDT, J.S. LILEY, G.W. GREENLEES, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 1075.

[57] - G.J. MICHAUD, E.W. VOGT, Phys. Rev. C5 (1972) 350.

[58] - P. CHARLES, M. DOST, B. FERNANDEZ, J. GASTEBOIS, non publié.

[59] - J.S. McINTOSH, S.C. PARK, G.H. RAWITSCHER, Phys. Rev. 5 (1964) B1010.

[60] - G.M. LERNER, E.F. REDISH, Nucl. Phys. A193 (1972) 565 ; G.M. LERNER, J.B. MARION, Nucl. Phys. A193 (1972) 593.

[61] - E.F. REDISH, Communication privée.

[62] - G.C. MORRISON, H.J. KÖRNER, L.R. GREENWOOD, R.H. SIEMSSEN, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 1662.

[63] - B.F. BAYMAN, J.O. McCULLEN, L. ZAMMICK, Phys. Rev. 134 (1964) B515.

[64] - Y. CASSAGNOU, H. FARAGGI, G.C. MORRISON, A. PAPINEAU, J. Physique (Paris) C5 (1972) 33.

[65] - Voir par exemple le Colloque de Saclay, J. Physique (Paris) C5 (1971) où ont été présentés des travaux sur l'effet de Q.

[66] - A.W. OBST, D.L. Mc SHAN, R.H. DAVIES, Phys. Rev. C6 (1972) 1814.

[67] - A. JAFFRIN, Nucl. Phys. A196 (1972) 577.

[68] - A. JAFFRIN, Communication privée.

[69] - H. BOHN, G. DANIEL, M.R. MAIER, P. KIENLE, J.G. KRAMER, P. PROETEL, Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 1337.

[70] - C.K. GELBKE, R. BOCK, P. BRAUN-MUNZINGER, D. FICK, K.D. HILDENBRAND, A. RICHTER, W. WEISS, Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 1683.

[71] - J.C. ROYNETTE, Communication privée.

[72] - D.G. KOVAR, F.D. BECCHETTI, B.G. HARVEY, F. PÜHLHOFER, J. MAHONEY, P.W. MILLER, M.S. ZISMAN, Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 1023 ; H.J. KÖRNER, G.C. MORRISON, L.R. GREENWOOD, R.H. SIEMSSEN, Phys. Rev. C7 (1973) 107.

[73] - D.H.E. GROSS, Phys. Lett. 43B (1973) 371 ;
F. POUGHEON, R. ROUSSEL, à paraître.

[74] - A.P. ZUKER, B. BUCK, J.B. McGRORY, Phys. Rev. Lett. 21 (1968) 39 ;
PD-99, BNL 14085 (Oct.1969).

[75] - M.A. NAGARAJAN, Nucl. Phys. A196 (1972) 34.

[76] - R.H. VENTER, W.E. FRAHN, Ann. Phys.(N.Y.) 24 (1963) 243.

Manuscrit reçu le 3 août 1973

LEGENDES DES FIGURES DU CHAPITRE IV

Figure IV-1 - Spectre d'énergie pour la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$ obtenu avec un faisceau d'oxygène de 46 MeV [44].

Figure IV-2 - Distribution angulaire élastique $^{16}O+^{54}Fe$ à 46, 48 et 52 MeV. Les courbes sont obtenues [44] avec la paramétrisation de Frahn et Venter [42,76].

Figure IV-3 - Distribution angulaire élastique $^{12}C+^{58}Ni$ à 42 MeV. La courbe en trait plein est obtenue [42] comme pour la figure IV-2.

Figure IV-4 - Distributions angulaires pour la réaction de transfert $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$ pour des états du nickel situés en-dessous de 4 MeV d'énergie d'excitation [42]. Les courbes correspondent à des calculs théoriques effectués à l'aide du programme SETILL [39] (voir chapitre IV, section 2-d). Pour chaque état, les deux courbes correspondent à des choix différents des énergies de séparation d'un nucléon.

Figure IV-5 - Distributions angulaires pour la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$ pour des états du nickel situés au-dessus de 4 MeV d'excitation d'énergie [42]. Les courbes sont obtenues à l'aide du programme SETILL (cf. fig.IV-4).

Figure IV-6 - Fonctions d'onde radiales des états à une particule $1f_{7/2}$ et $2p_{3/2}$. Ces fonctions d'onde sont solutions d'une équation de Schrödinger incluant un puits de Woods-Saxon (voir chapitre IV, section 2-c).

Figure IV-7 - Spectre d'énergie pour la réaction $^{54}Fe(^{7}Li,t)^{58}Ni$ à 50° obtenu avec un faisceau de lithium de 16 MeV [42].

Figure IV-8 - Effet du choix du potentiel optique sur la distribution angulaire calculée pour l'état 0^+ à 3.52 MeV du nickel excité par la réaction $^{54}Fe(^{16}O,^{12}C)^{58}Ni$. La courbe en trait plein est obtenue avec des puits optiques du type Woods-Saxon avec les paramètres définis dans le tableau IV-1, la courbe en tirets est obtenue à partir des puits optiques convolués définis dans le texte (chapitre IV, section 2-h).

Figure IV-9 - Spectre d'énergie pour la réaction $^{48}Ca(^{16}O,^{14}C)^{50}Ti$ obtenu à 17° avec un faisceau de 59.5 MeV [42].

Figure IV-10 - Distributions angulaires pour la réaction $^{48}Ca(^{16}O,^{12}C)^{50}Ti$ faite à 59.5 MeV [42]. Les courbes théoriques sont obtenues avec le programme SETILL.

Figure IV-11 - Distributions angulaires obtenues à 48 MeV et 42 MeV pour la réaction $^{48}Ca(^{16}O,^{12}C)^{50}Ti$ [42]. Les courbes sont données par le programme SETILL.

Figure IV-12 - Variation de la section efficace calculée en fonction du mélange de configurations pour deux réactions différentes.

Figure IV-13 - Spectres d'énergie pour la réaction $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}Mo$ à 56 MeV. Cette figure montre l'importance de la résolution en énergie : le spectre du haut a été obtenu avec une résolution de l'ordre de 300 keV [69], celui du bas avec une résolution de 120 keV [64].

Figure IV-14-a et b - Variation de l'intensité des sections efficaces calculées pour la réaction $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}Mo$ en fonction de l'énergie d'excitation et pour différentes composantes.

Figure IV-15 - Variation de la section efficace pour la réaction $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}Mo$ en fonction du moment angulaire pour différentes composantes.

Figure IV-16 - Influence sur la section efficace du choix du rayon r_o des états liés à une particule. La courbe en trait plein est obtenue avec le potentiel optique défini dans le texte (chapitre IV, section 4-a), celle en tirets, avec celui de Tallahassee [66].

Figure IV-17 - Comparaison du spectre expérimental pour la réaction $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}M$ avec celui obtenu par un calcul modèle (chapitre IV, section 4-b).

Figure IV-18 - Influence du mélange de configurations sur les sections efficaces calculées pour la réaction $^{90}Zr(^{16}O,^{12}C)^{94}Mo$.

Figure IV-19 - Comparaison entre les résultats prévus par les programmes LOLA (E.F.R.) [4] et SETILL [39] pour les distributions angulaires correspondant à la réaction $^{16}O(^{18}O,^{16}O)^{18}O$.

Figure IV-20 - Facteurs de forme calculés par le programme SETILL [39] pour un transfert de quatre particules depuis une configuration $(1p_{1/2})^4$ dans l'oxygène vers des configurations $(2p_{3/2})^4$ (courbe en tirets) et $(2p_{1/2})^4$ (courbe en trait plein) dans le nickel.

Figure IV-21 - Effet de l'introduction d'un rayon de coupure dans le calcul de l'amplitude de transition. Pour l'état 0^+ à 3.52 MeV du nickel, la distribution angulaire est calculée d'abord sans rayon de coupure (courbe en trait plein) puis avec des rayons de coupure de 6.5 fm et 7 fm . La somme des rayons des ions en présence est de l'ordre de 7 fm .

Figure IV-22 - Facteur de forme à un corps. Une particule est transférée depuis une orbite $1p_{1/2}$ de l'oxygène vers les orbites $2p_{3/2}$ et $2p_{1/2}$ du nickel (courbe en tirets et en trait plein respectivement).

Figure IV-23 - Facteurs de forme modèles pour un transfert depuis $(1p_{1/2})^2$ vers $(2p_{3/2})^2$ ou $(2p_{1/2})^2$. Les courbes en trait fin correspondent au cas où l'on ne garde que la contribution de l'état relatif Os.

Figure IV-24 - Facteurs de forme modèles. Figure analogue à la figure IV-23, mais cette fois l'état final est soit $(1f_{7/2})^2$, soit $(1f_{5/2})^2$.

Figure IV-25 - Facteurs de forme modèles. Deux nucléons sont transférés depuis une orbite $1p_{3/2}$ $(j = \ell + \frac{1}{2})$ vers une orbite $2p_{3/2}$ ou $2p_{1/2}$. Les courbes en trait fin sont obtenues en ne gardant que la contribution de l'état relatif Os des deux nucléons transférés.

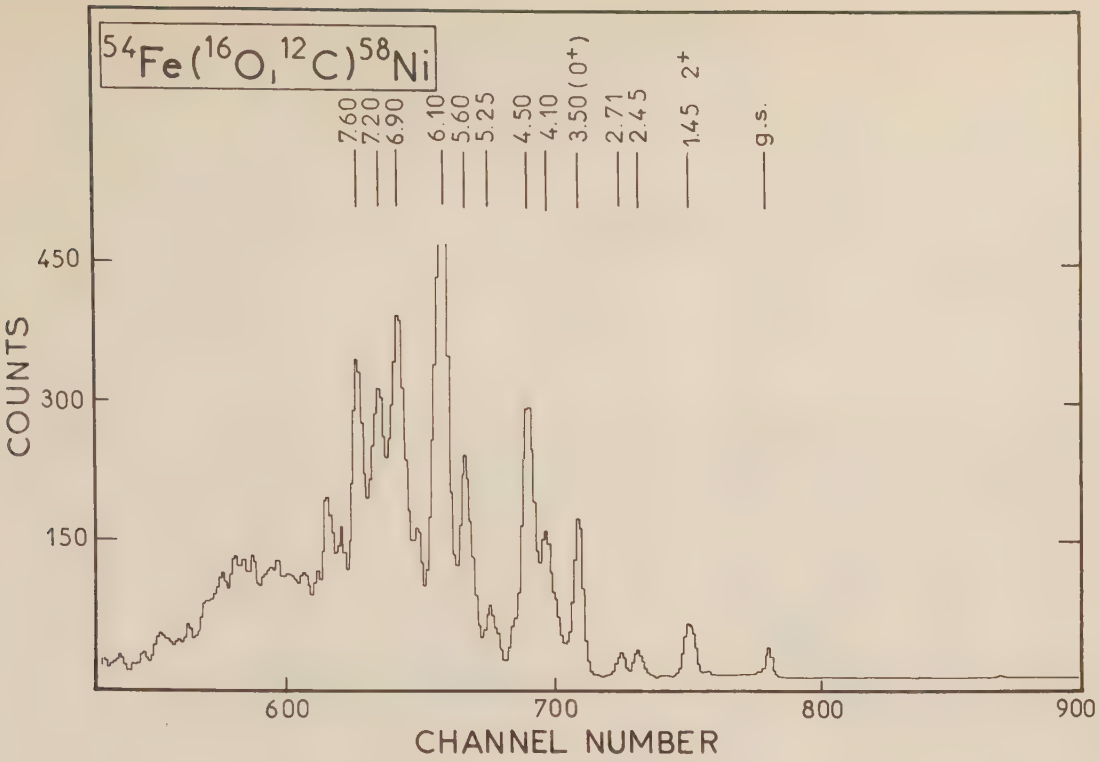


Figure IV-1

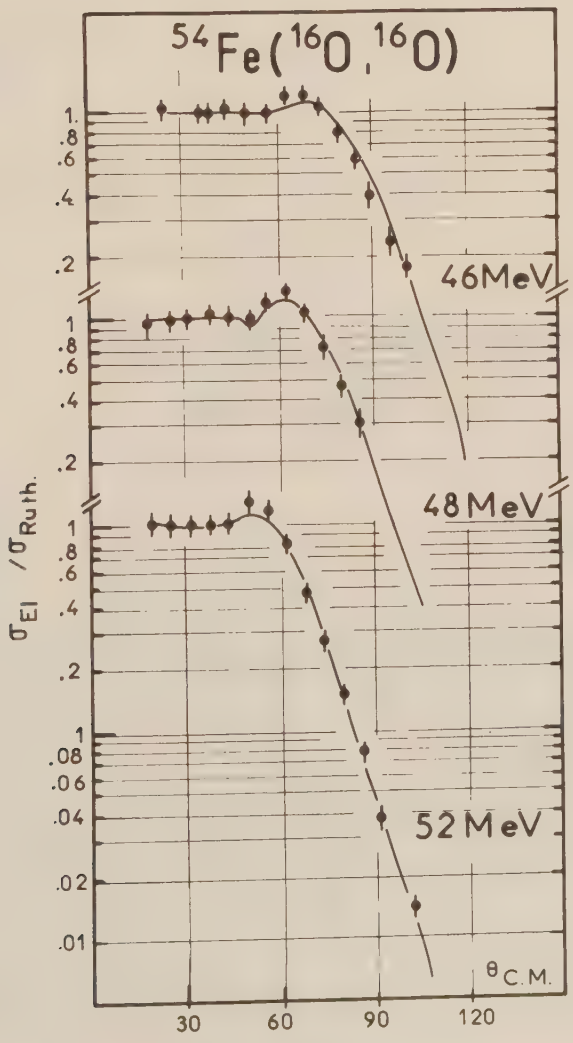


Figure IV-2

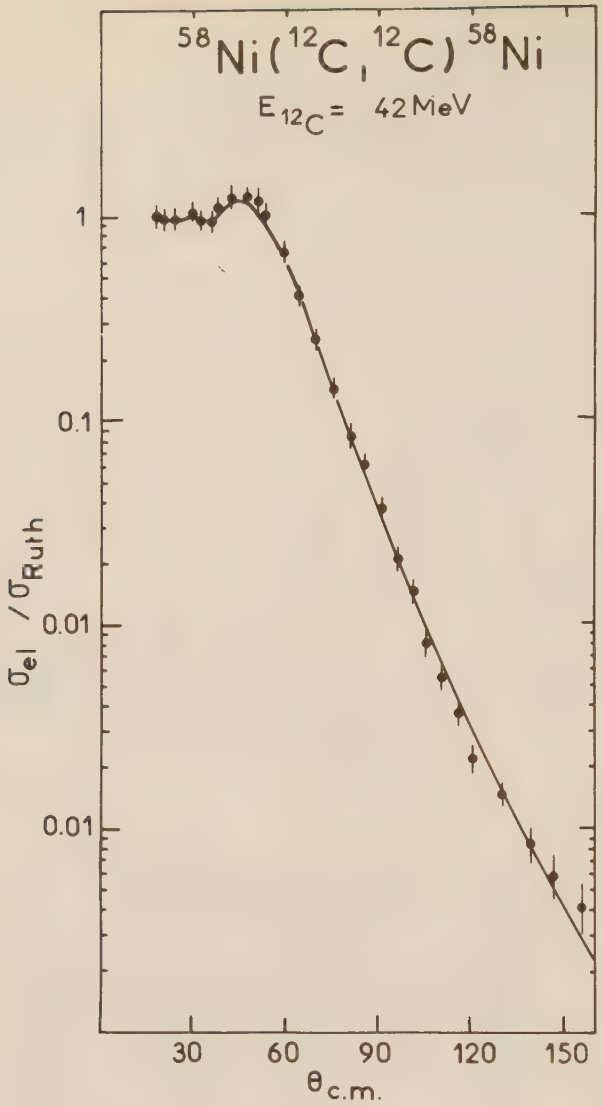


Figure IV-3

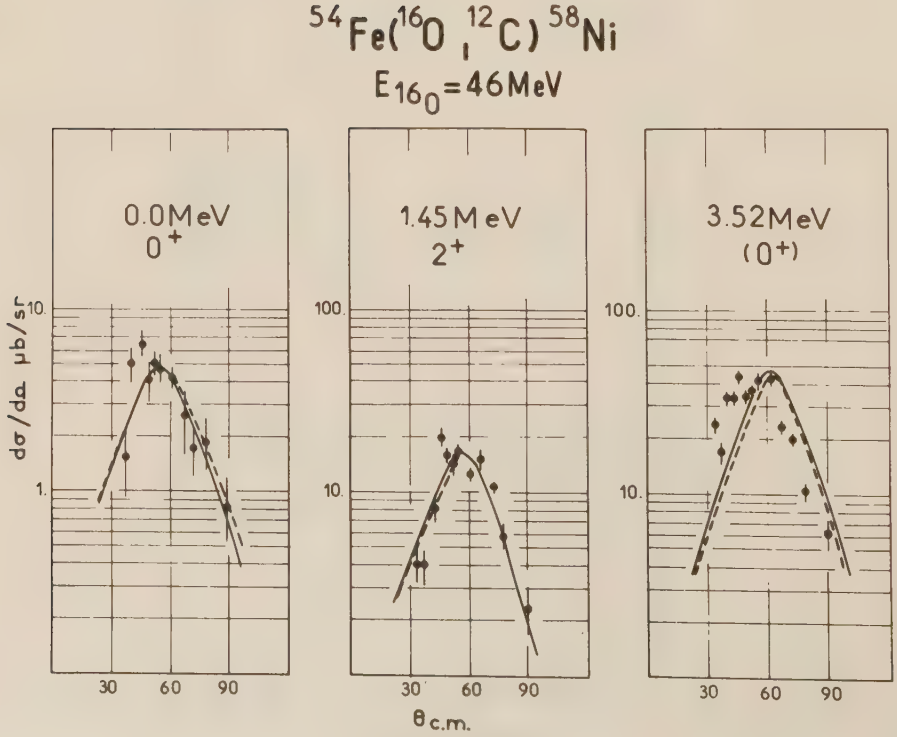


Figure IV-4

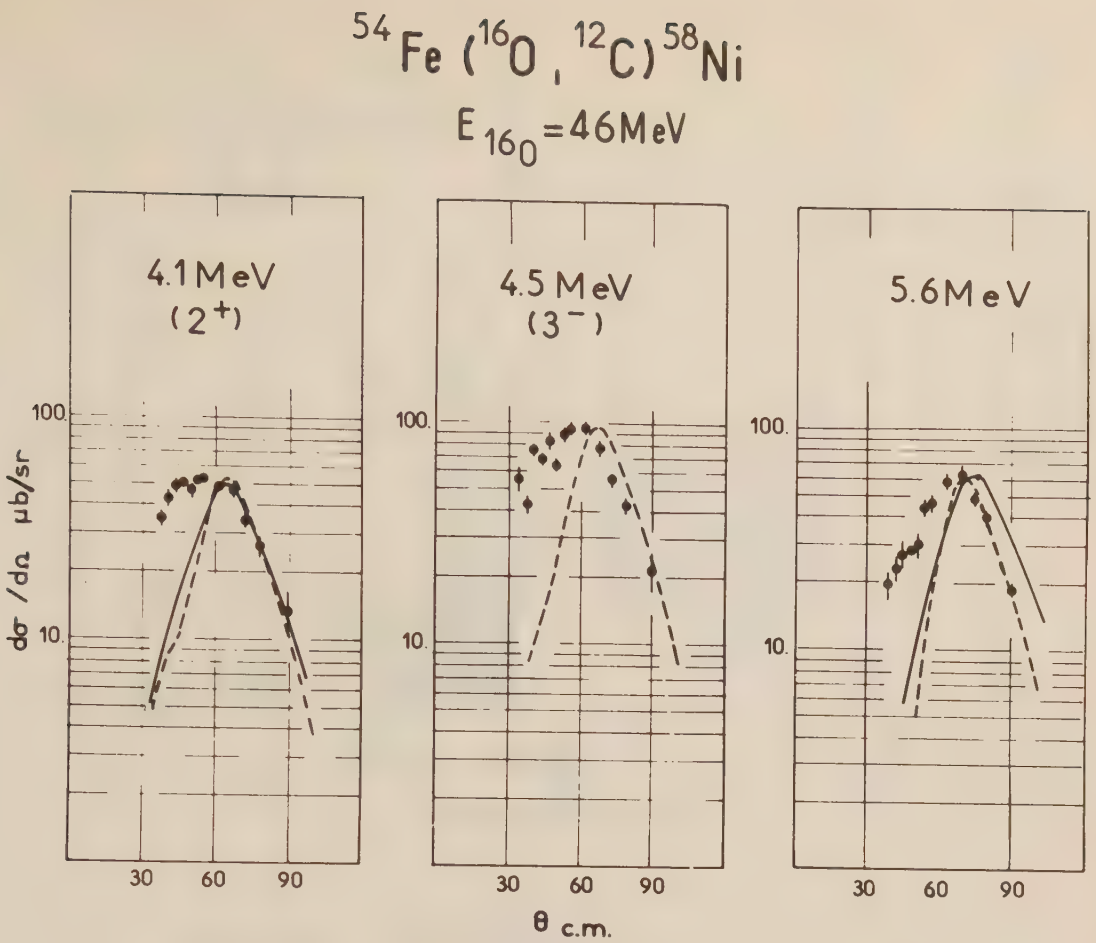


Figure IV-5

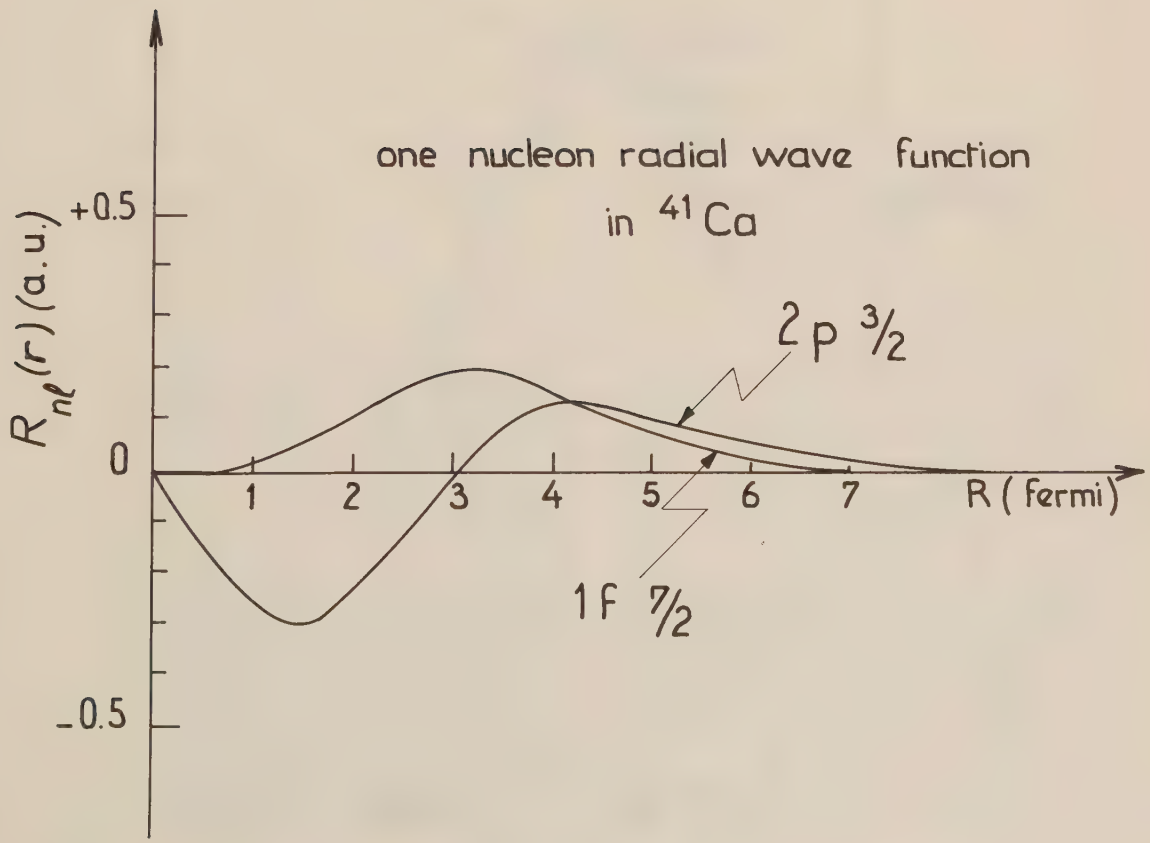


Figure IV-6

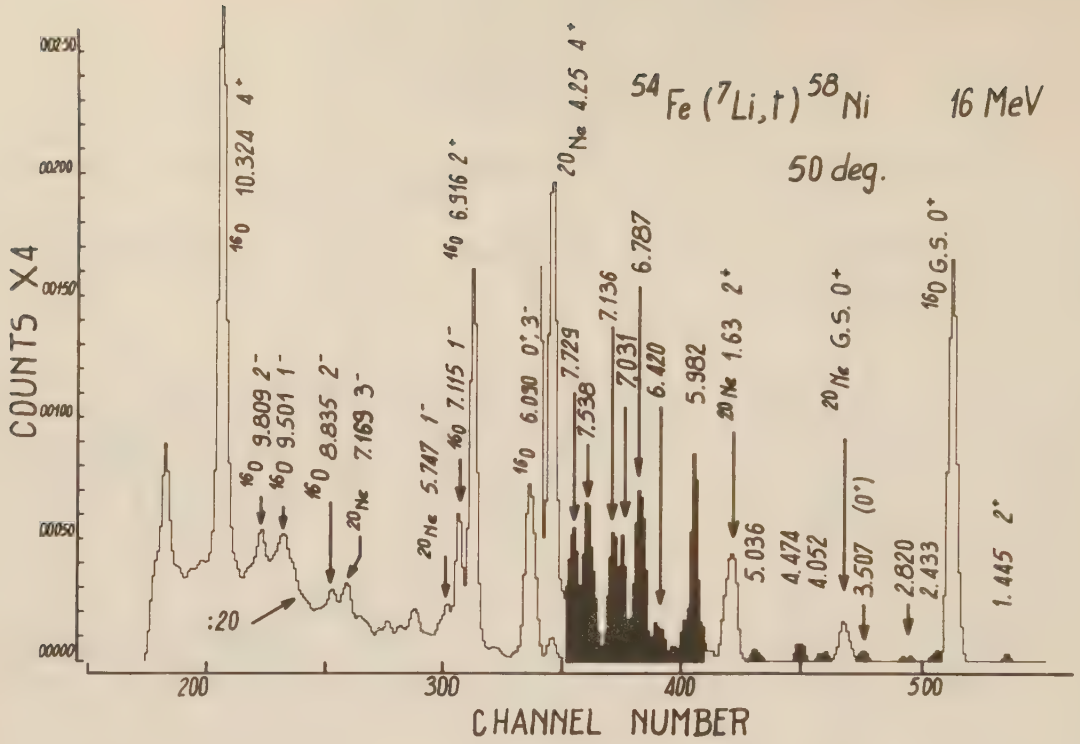


Figure IV-7

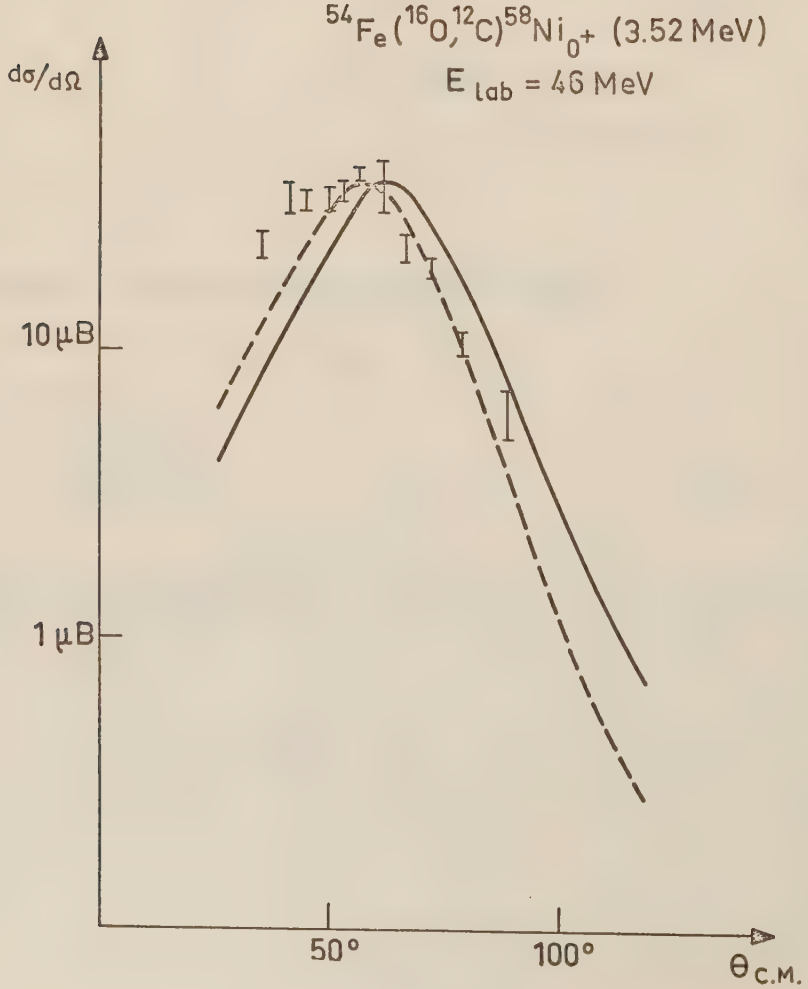


Figure IV-8

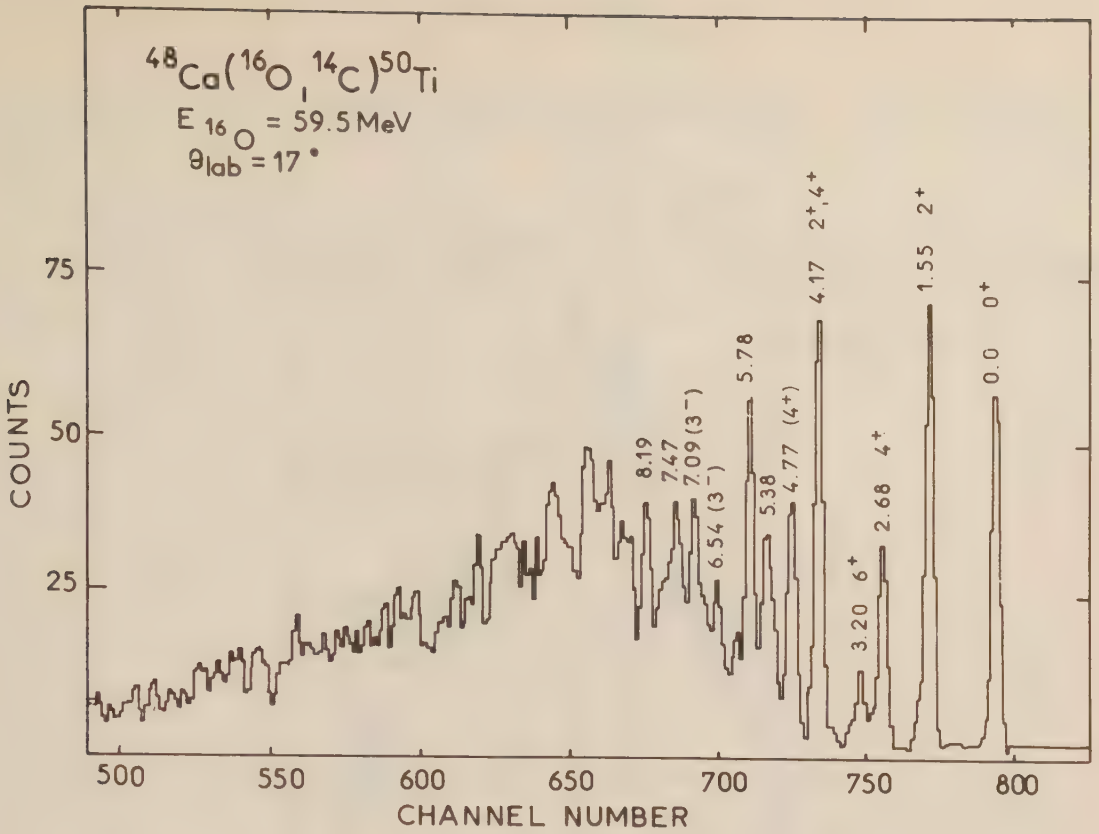


Figure IV-9

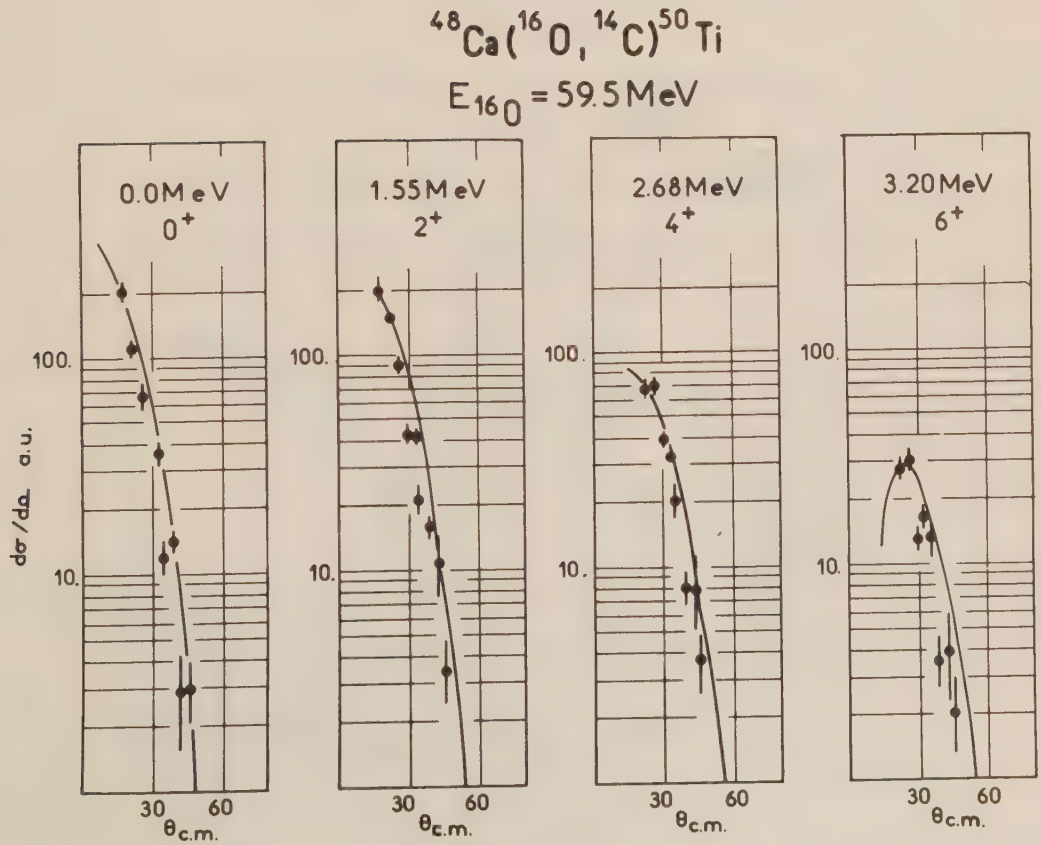


Figure IV-10

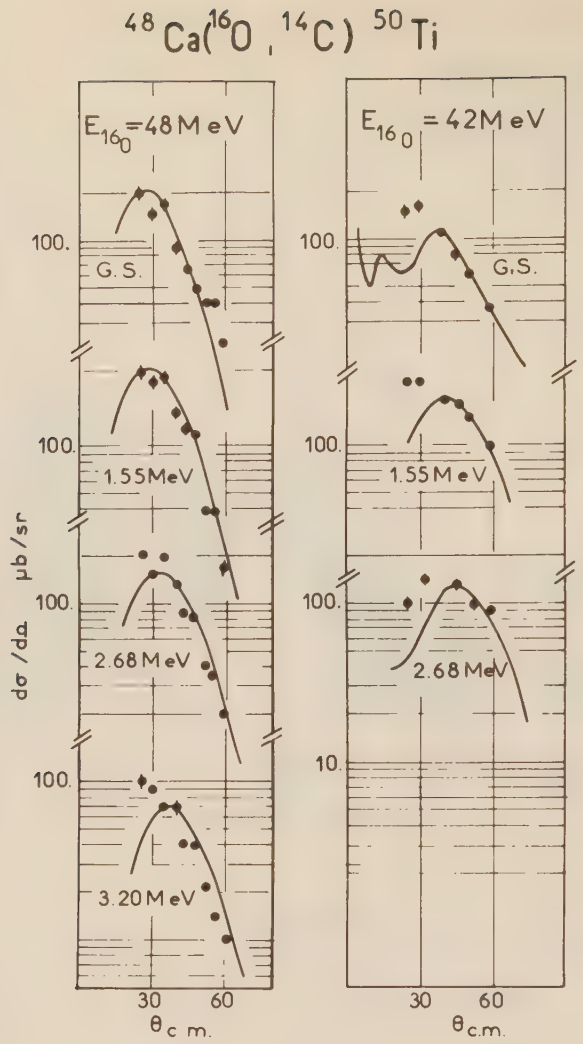


Figure IV-11

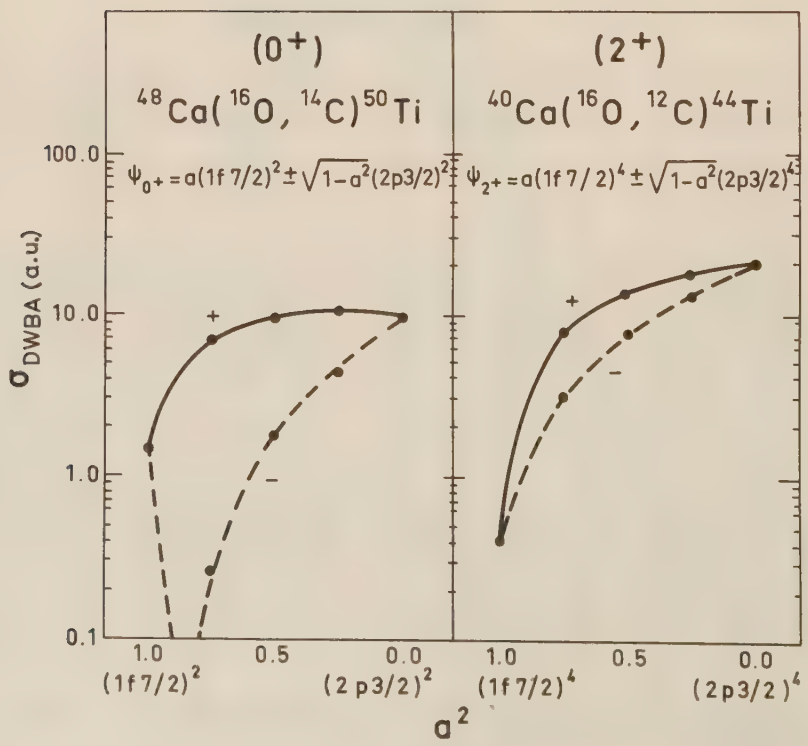


Figure IV-12

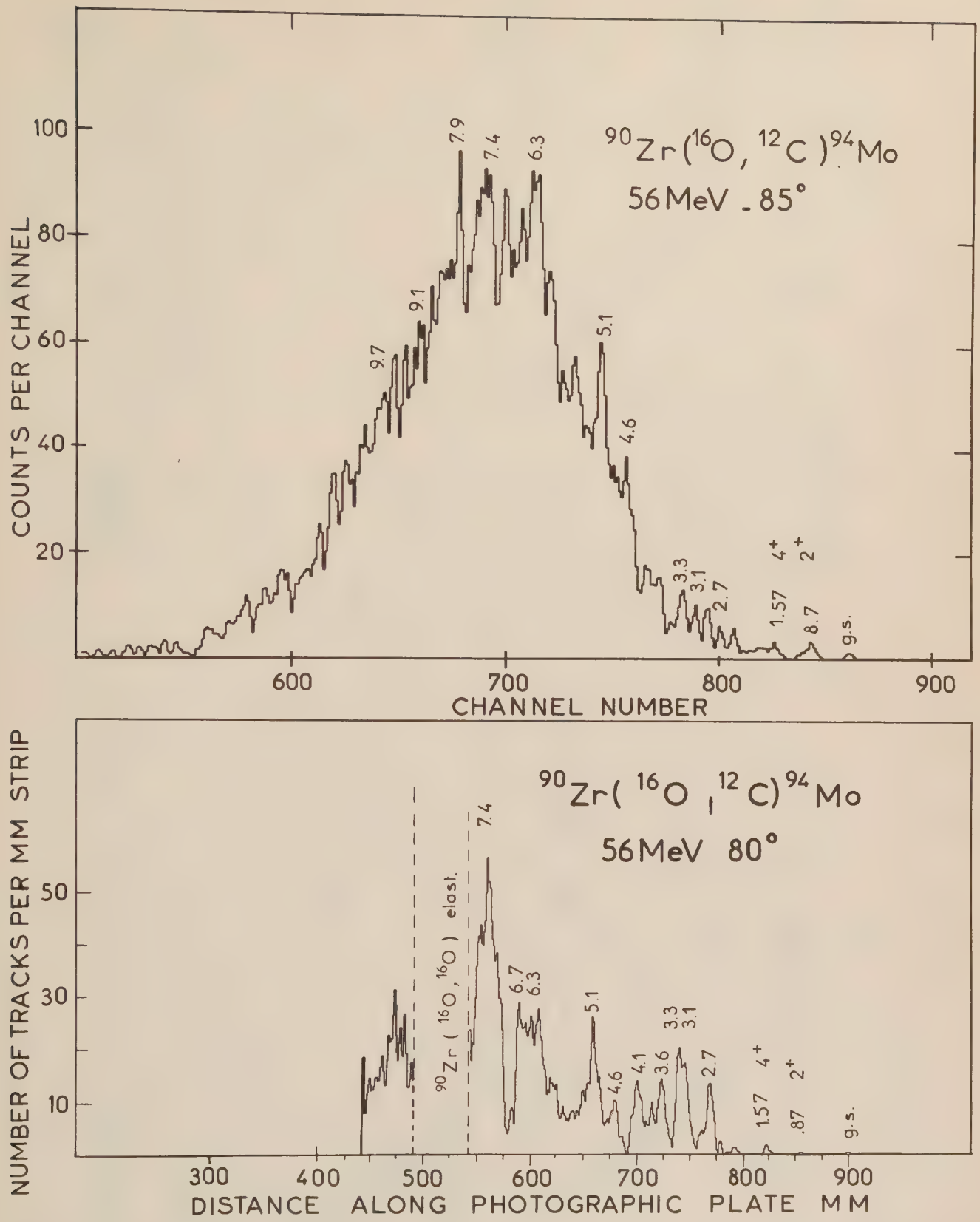

$^{90}Zr(^{16}O, ^{12}C)^{94}Mo$
56MeV - 85°
COUNTS PER CHANNEL
CHANNEL NUMBER
100
80
60
40
20
600
700
800
900
9.7
9.1
7.9
7.4
6.3
5.1
4.6
3.3
3.1
2.7
1.57
4+
2+
8.7
g.s.
$^{90}Zr(^{16}O, ^{12}C)^{94}Mo$
56MeV 80°
NUMBER OF TRACKS PER MM STRIP
DISTANCE ALONG PHOTOGRAPHIC PLATE MM
50
30
10
300
400
500
600
700
800
900
$^{90}Zr(^{16}O, ^{16}O)$ elast.
7.4
6.7
6.3
5.1
4.6
4.1
3.6
3.3
3.1
2.7
1.57
4+
.87
2+
g.s.

Figure IV-13

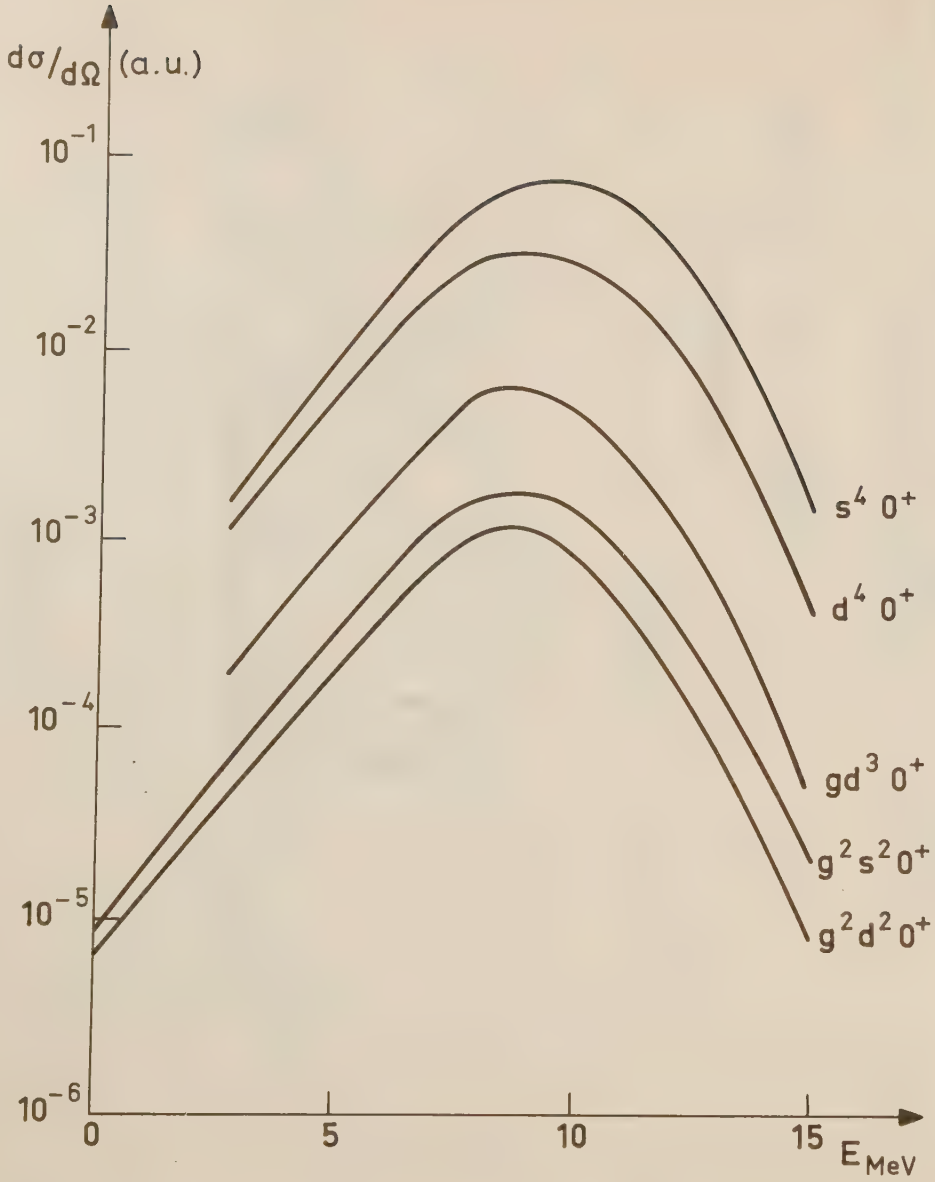


Figure IV - 14a

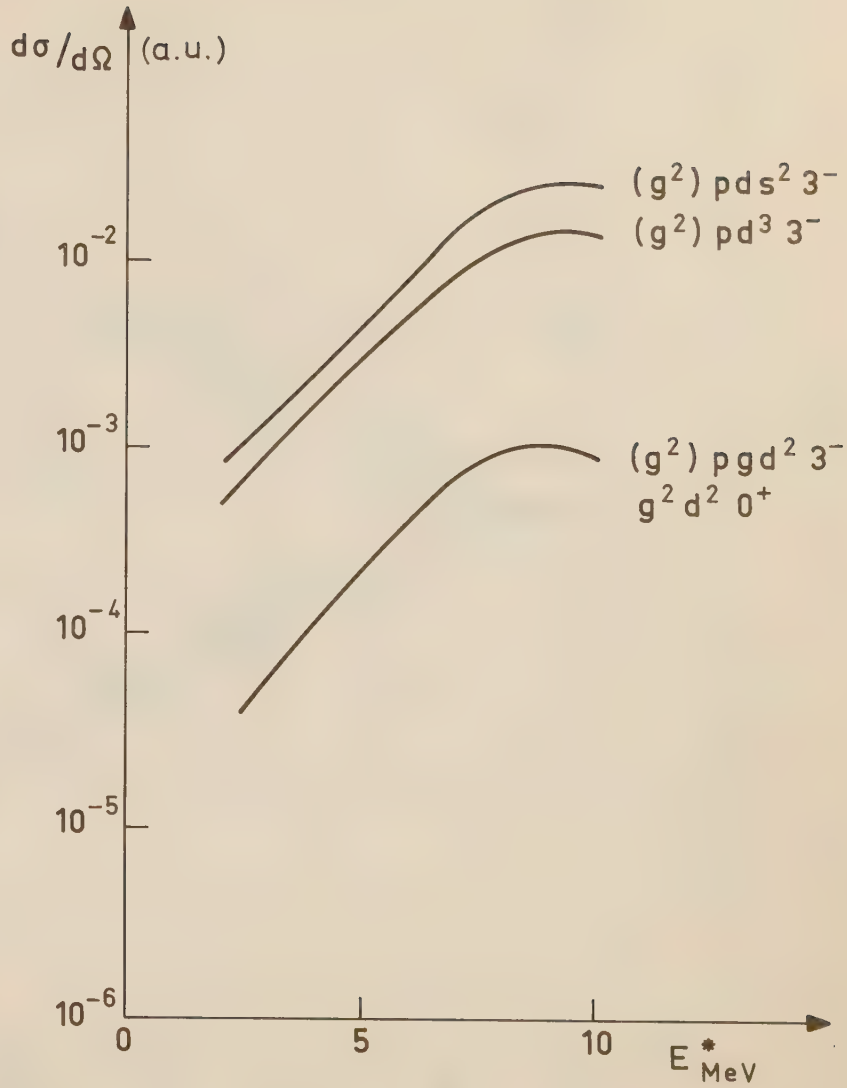


Figure IV - 14b

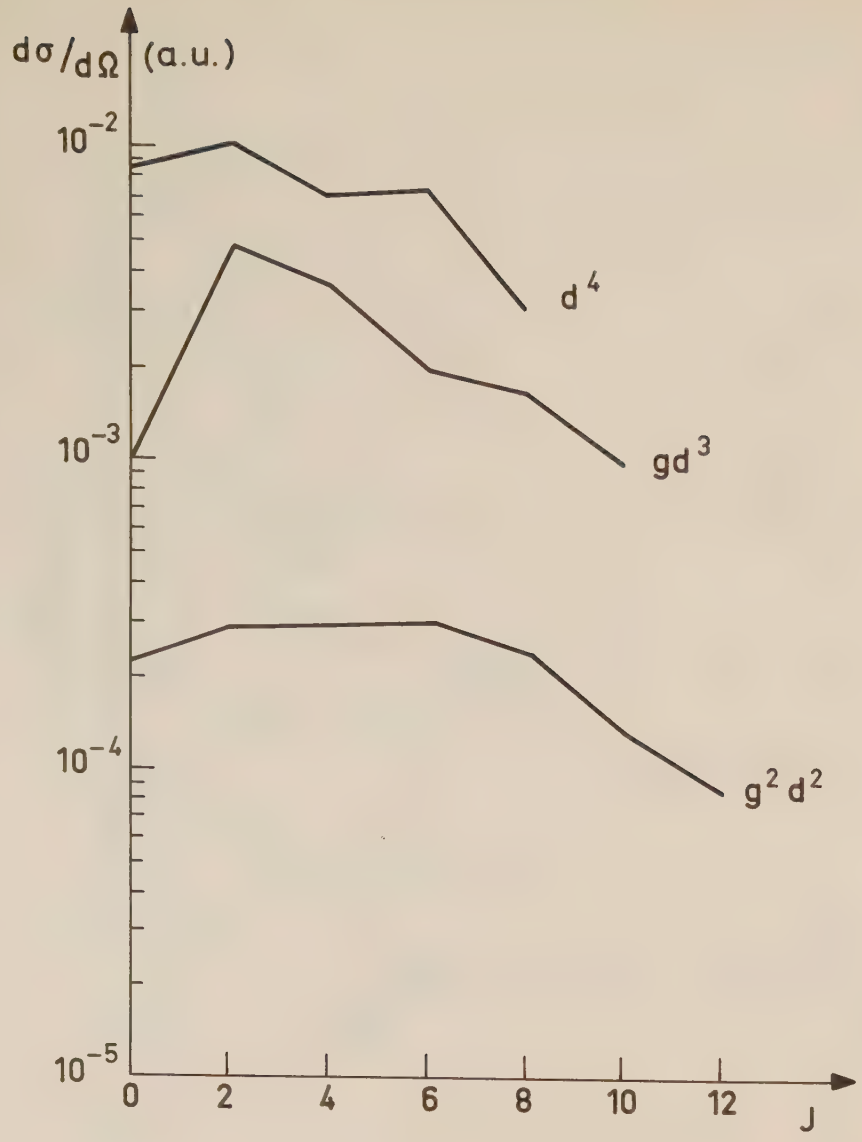


Figure IV-15

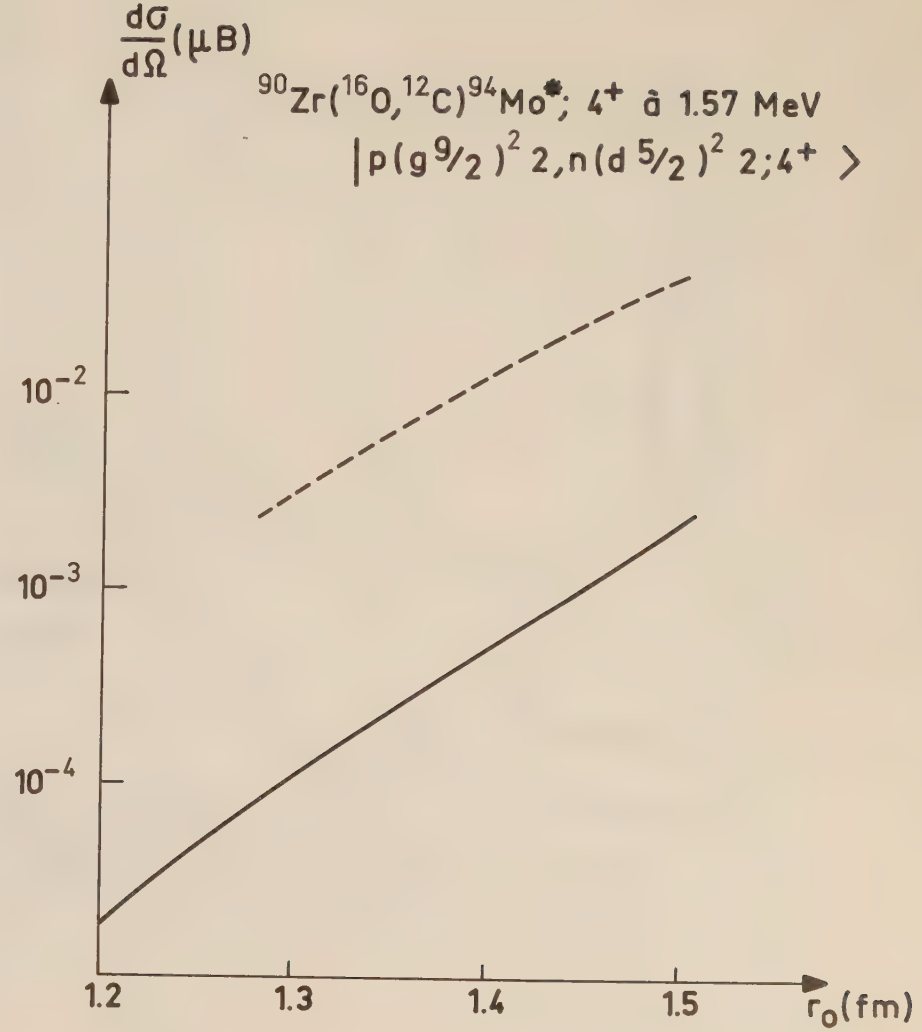


Figure IV-16

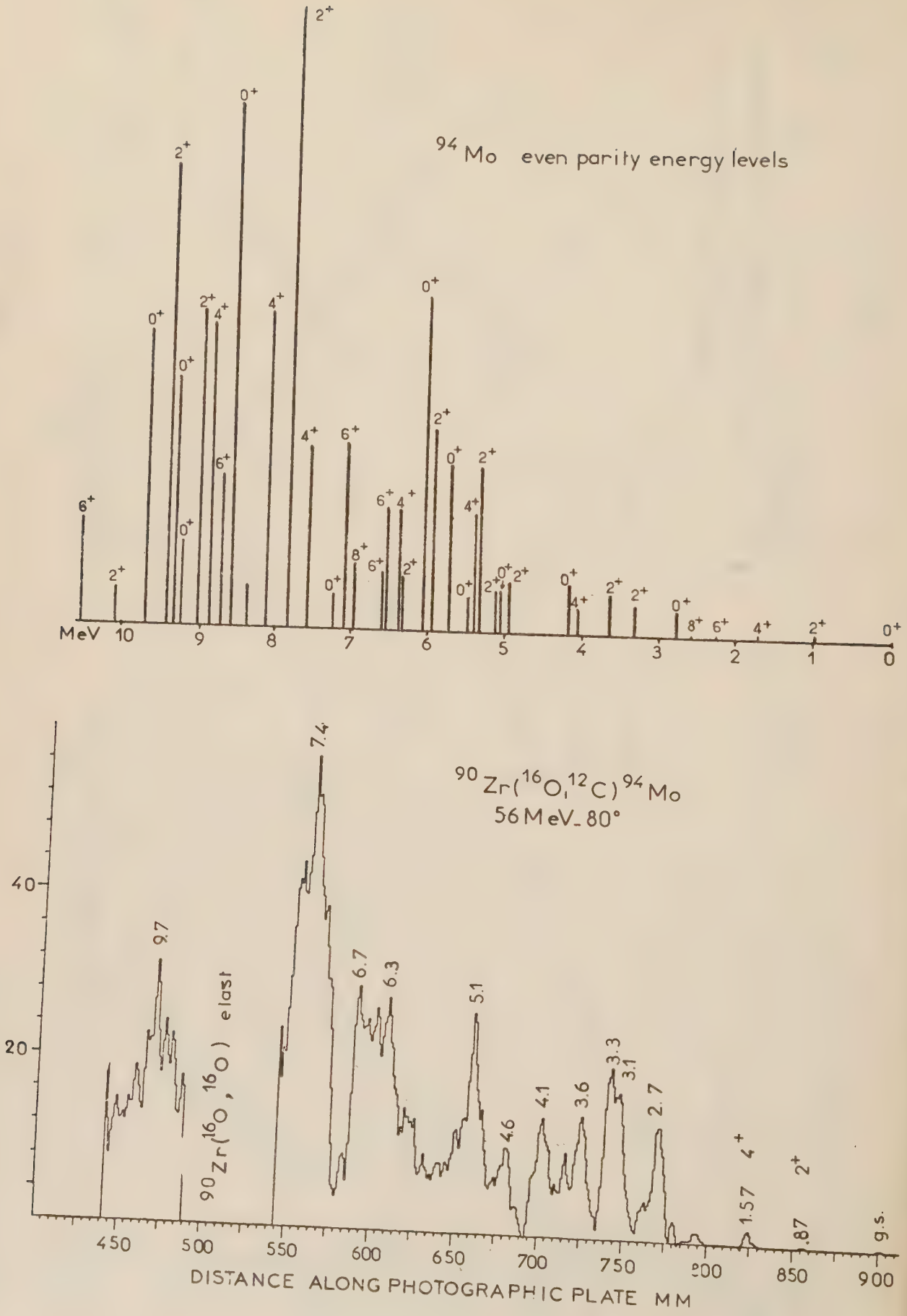

94 Mo even parity energy levels
MeV
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
90 Zr(16O,12C)94 Mo
56 MeV-80°
90 Zr(16O,16O) elast
40
20
9.7
7.4
6.7
6.3
5.1
4.6
4.1
3.6
3.3
3.1
2.7
1.57 4+
.87 2+
g.s.
450
500
550
600
650
700
750
800
850
900
DISTANCE ALONG PHOTOGRAPHIC PLATE MM

Figure IV-17

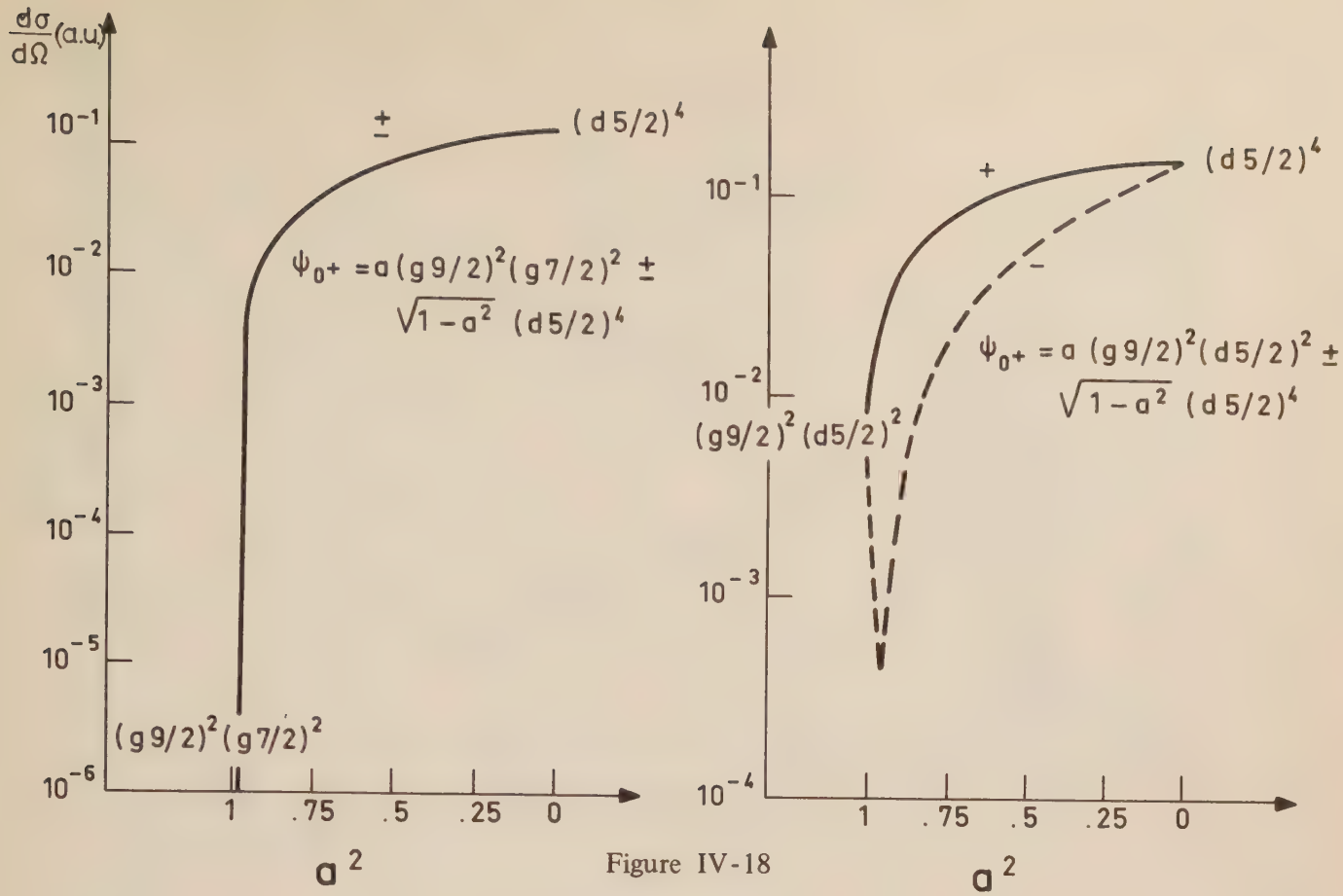


Figure IV-18

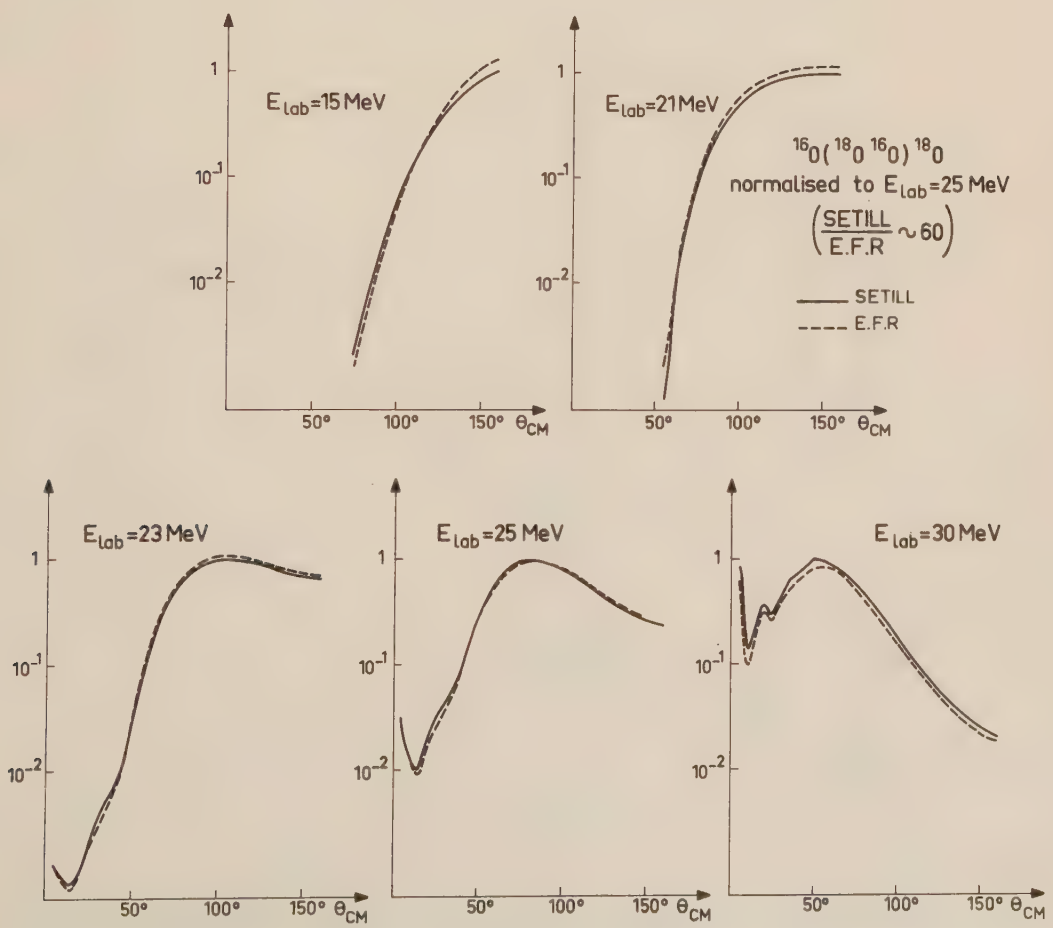


Figure IV-19

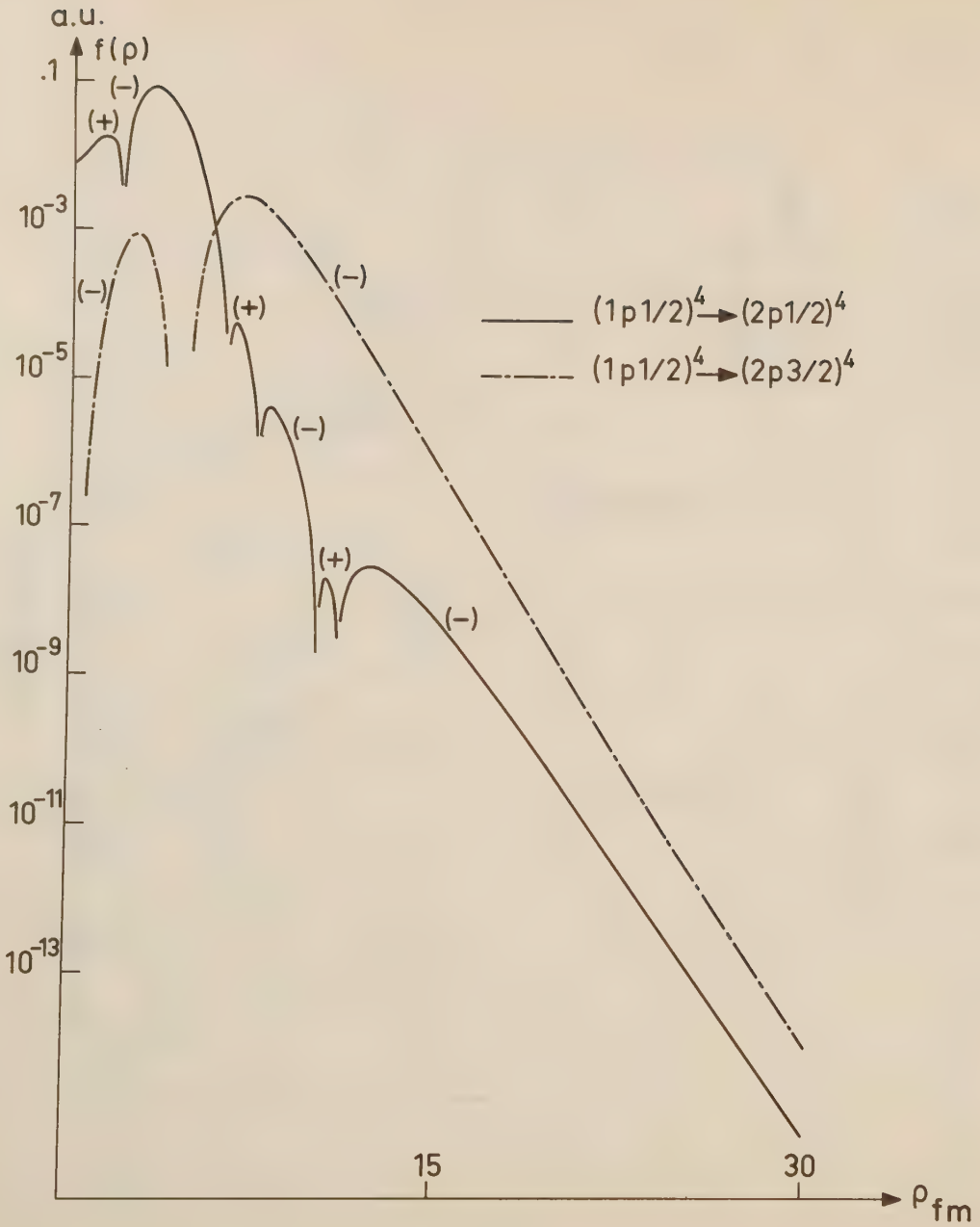


Figure IV-20

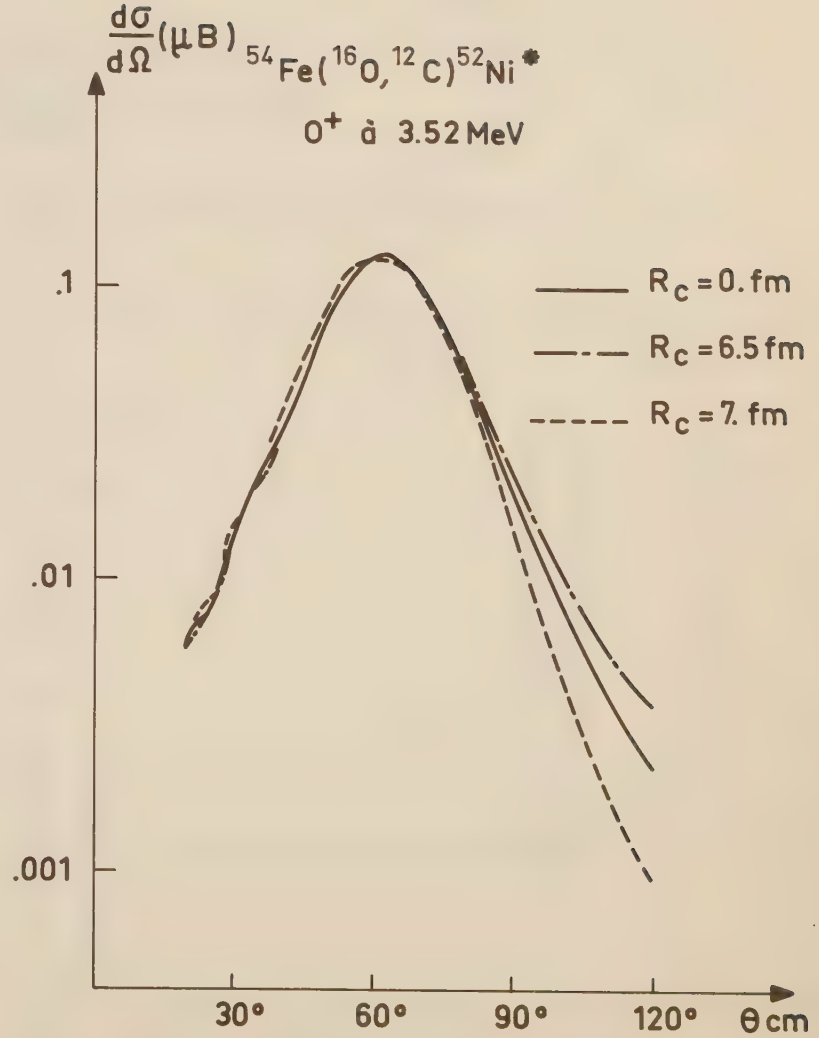


Figure IV-21

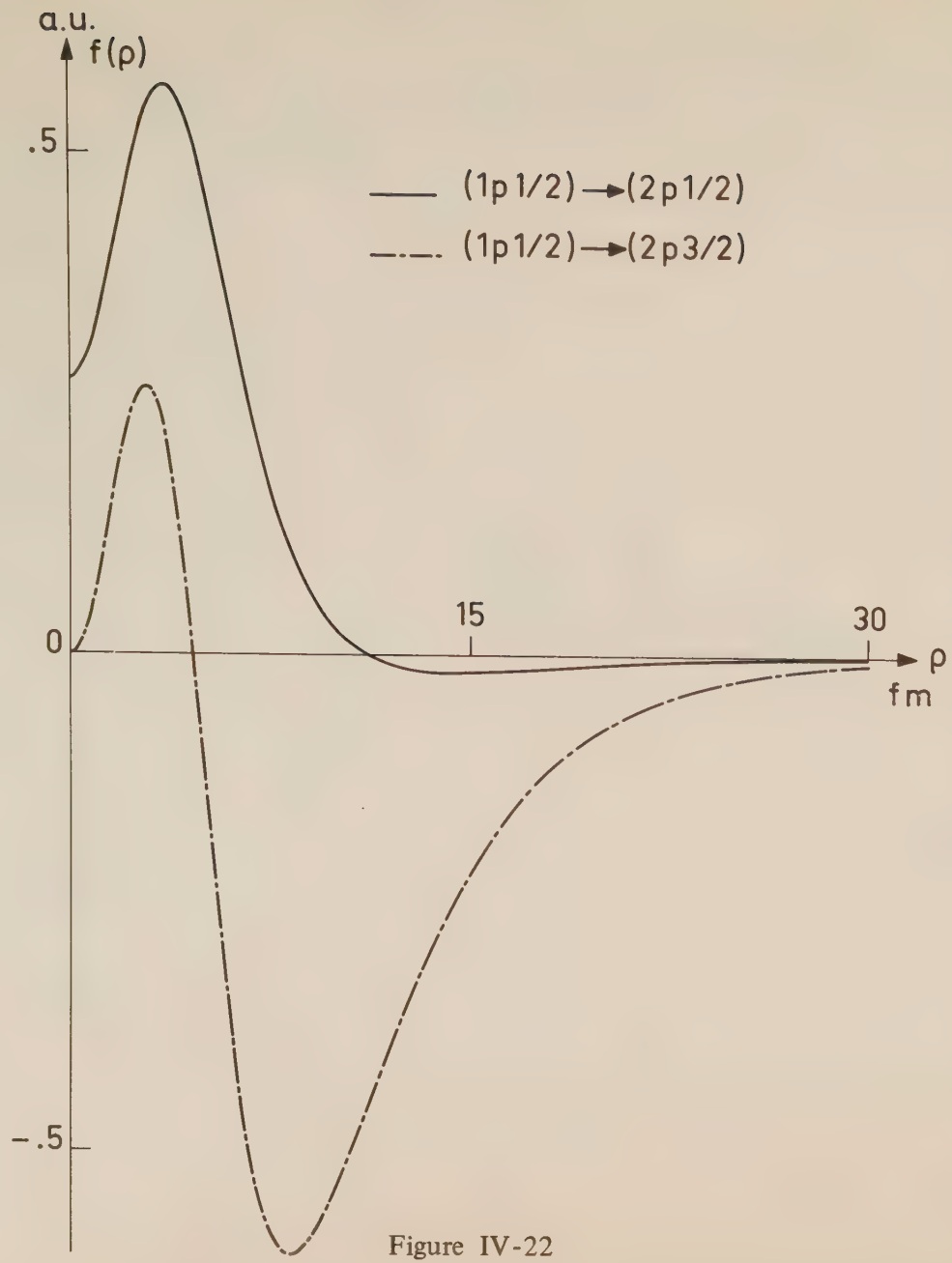


Figure IV-22

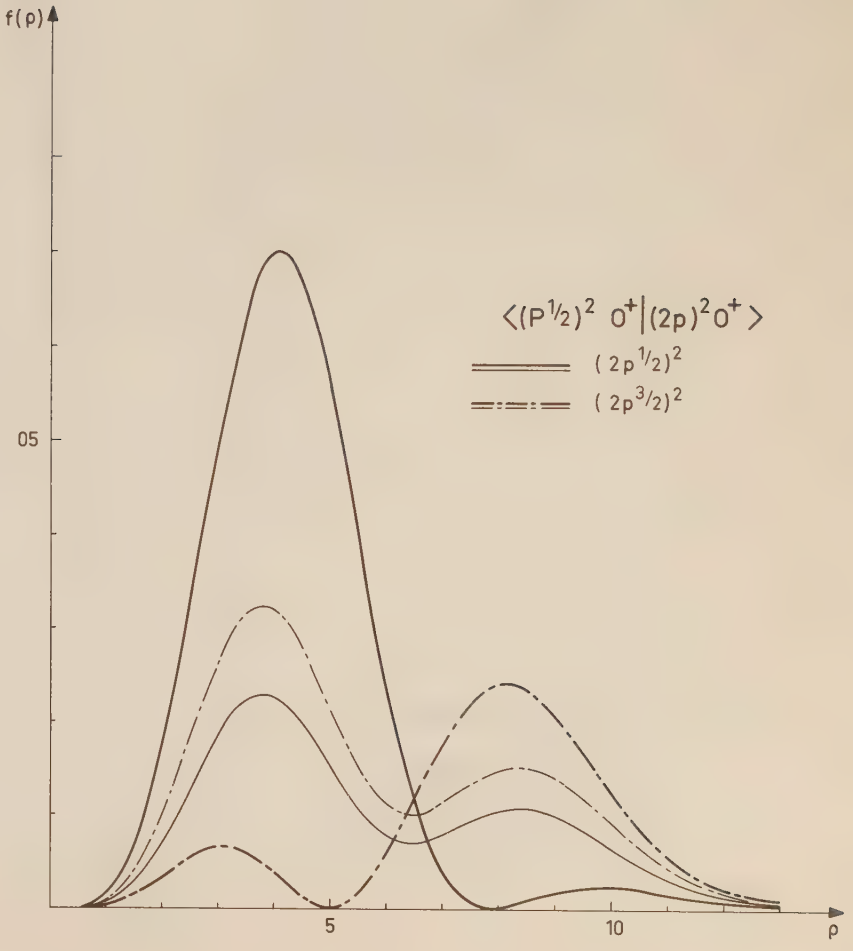


Figure IV-23

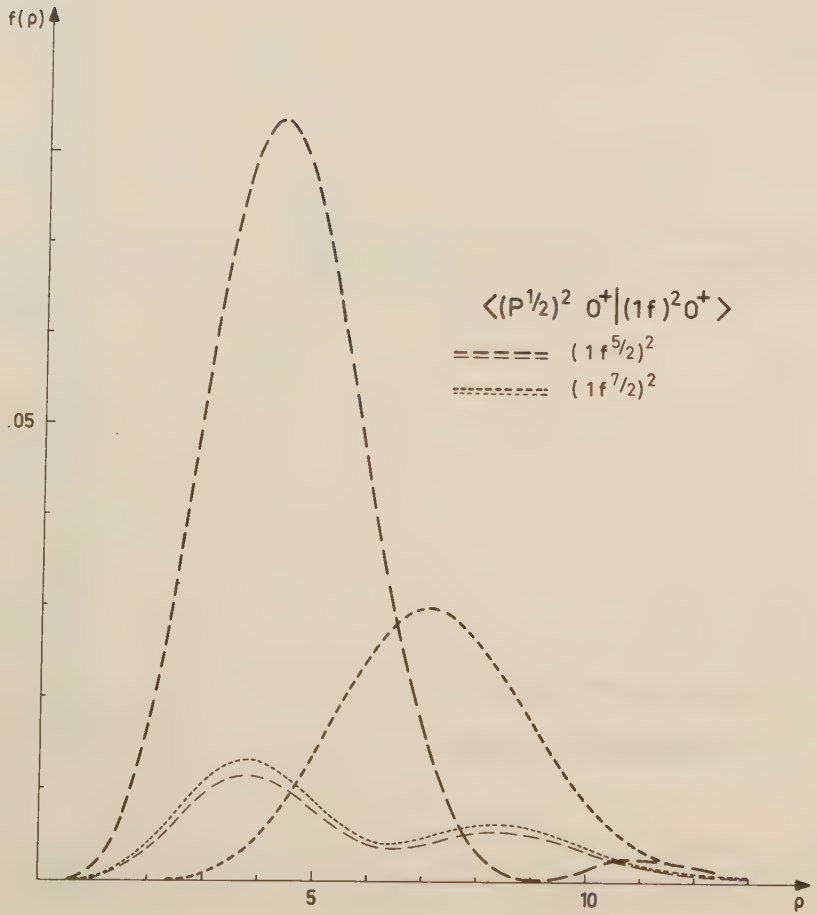


Figure IV-24

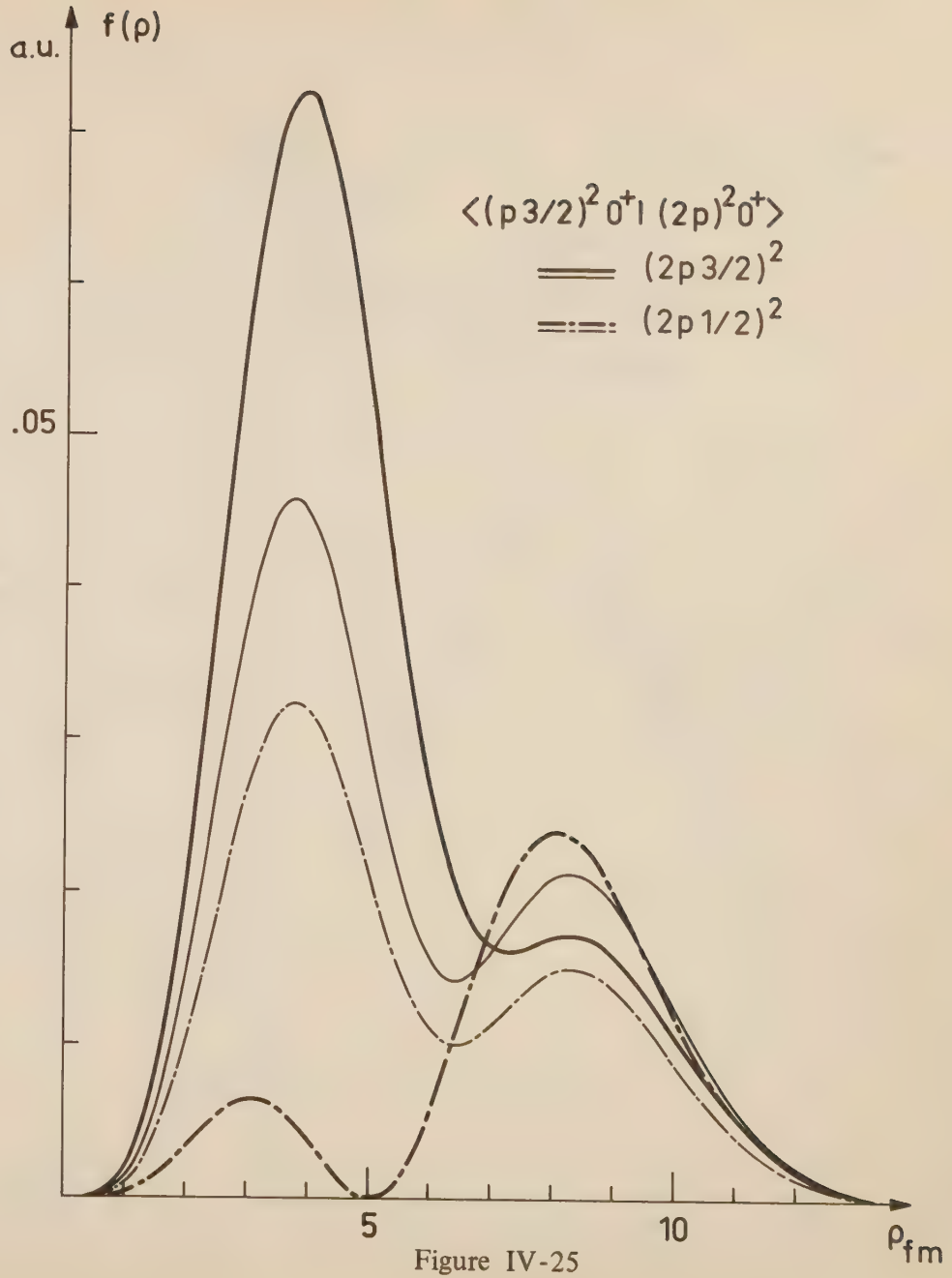


Figure IV-25

Vu et approuvé

PARIS, le 5 juillet 1973

Le Président de l'Université de PARIS VI